

# 台南市立忠孝國中九十六學年度第二學期二年級數理資優課程

## 講義

### 壹、基本概念

(一)數列:將數字排成一行或是有次序的一列數，稱之為數列。

(二)級數:算出排成一列的數字之總和。

(三)數列是否有規律?:不一定，但常見的數列有兩種可能的規律，等差數列(公差 = )與等比數列(公比= )。

(四)數列通常是鍛鍊我們對數字敏感性的良好題材。

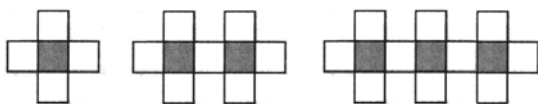
◆熱身題:填入適當的數字，使下列每列數字成為等差數列

1. 27, 41, \_\_\_\_\_, 69, \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, -3, -8

3.  $2a-b$ ,  $4a-3b$ , \_\_\_\_\_

◆挑戰題:



1.

(1)

(2)

(3)

求第 20 個圖形有多少張白色紙片?



2.

將花盆按左圖數字排列，並依序放入紅、黃、藍、紫四種

顏色的花，請問第 8 列左邊算起第 6 盆，花的顏色是 \_\_\_\_\_ 色。

# 台南市立忠孝國中九十六學年度第二學期二年級數理資優課程

## 講義

貳、等差數列與等差級數。

### ◆等差數列之各校段考考試重點

- (一)  $a_1, a_n, d, n$  四個數字中，已知其中任三個數字，求出其餘的那個未知數。
- (二) 已知  $a_n = p, a_m = q$ ，求出  $a_1, d$  或 第  $k$  項。
- (三) 求等差數列之等差中項。
- (四) 在  $a, b$  兩數中插入  $m$  個數，使它們成為等差數列，問此數列的公差或是插入的第  $k$  個數字 ( $1 \leq k \leq m$ )。
- (五) 求已知兩等差數列的共同項及由共同項所形成的數列的公差。
- (六) 小於 1000 中，可被自然數  $m$  整除的個數有多少個？(或與之互質有多少個?)
- (七) 已知三個、四個與五個數字成等差數列的題目。
- (八) 等差數列與一次函數的綜合題。
- (九) 等差數列與比例式、平面圖形之內角的綜合題。
- (十) 等差數列與等差級數的綜合題。
- (十一) 給定兩個含有未知數的等差數列，找出此兩個數列中的未知數。
- (十二) 已知首項、公差，求哪一項開始會 (1)  $> 0$ ，(2) 最靠近 0，(3) 大於  $k$ ，(4) 小於  $k$ 。
- (十三) 調和數列: 倒數之後成為等差數列的數列，問這些數字需符合什麼條件。

【此為課外補充，高中才會提及】

# 台南市立忠孝國中九十六學年度第二學期二年級數理資優課程

## 講義

### 參、段考試題演練

1. 等差數列中，首項為 17，第 13 項為 -1，求公差=? 第 15 項=?
2. 在 -4 與 20 之間插入 7 個數，使其成為等差數列，問公差為何?
3. 設 8 與  $x$  的等差中項為 12，則  $x$ =?
4. 等差數列  $3, 2\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}, 2, \dots$ ，求第  $n$  項? 哪一項之後才有負數出現?
5. 等差數列中， $a_4 = -12, a_{12} = 9$ ，求首項? 公差? 第  $k$  項 = -9， $k$ =? 哪一項起為正數?
6. 將一個等差數列(公差為  $d$ )的各項，同加  $a$ 、同減  $b$ 、同乘  $c$ 、同除  $d$  之後，請問哪一個作法讓這個新數仍為等差數列? 其公差變成多少?
7. 已知一次函數  $g(x) = -2x + 5$ ， $x = 1, 2, 3, \dots, n$ ，則  $g(x)$  之值是否為等差數列，首項=? 公差=?
8. 設  $f(x) = 4x - 3$ ，則  $f(2), f(4), f(6)$ ，是否為等差數列? 若是，公差為何?
9. 已知某等差數列，首項為 12，末項為 72，其中有一項是 48，則等差數列最少有幾項?
10. 右圖中，每一橫列由左到右為公差  $m$  的等差數列，每一縱列由上到下，為公差  $n$  的等差數列。求  $m$ 、 $n$  及  $K$  之值

		3		-1
			K	
16				

11. 等差數列共有 21 項，若中央三項和為 129，末三項和為 237，求第 5 項=?
12. 兩等差數列，一首項為 11，公差為 17;另一首項為 7，公差為 13，求兩數列之

# 台南市立忠孝國中九十六學年度第二學期二年級數理資優課程

## 講義

共同項，其共同項所形成數列的公差為何？

13. 在 200~320 中，能被 3 或 7 整除的個數有多少個？

14. 等差數列中， $d \neq 0$ ，若已知  $a_1 = 2$ ，且  $\frac{a_4}{a_1} = \frac{a_8}{a_4}$ ，求  $a_3 = ?$

15. 等差數列  $a_6 = 5$ ，且  $a_3 : a_9 = 2 : 3$ ，求  $a_9 : a_{12}$  之比=?

16. 若一等差數列共有 20 項，其奇數項之和為 -10，偶數項之和為 10，求公差、首項之值。

17. 若一等差數列第 12 項到第 32 項之和為 147，求第 22 項=? 第 19 項到 25 項之和=?

18. 在 24 與 -8 之間插入  $m$  個數目字，使其成為等差數列，若已知插入的第三個數字是 16，則  $m = ?$

19. 設  $3-x$ ， $x$ ， $\sqrt{9-2x}$  三數成等差數列，求  $x = ?$

20. 若  $a, b, 6, c, d, 30$  為等差數列， $a, x, c, y$  亦為等差數列，求  $b-d+x-y = ?$

21. 若三數成等差數列，其和為 15，其積為 105，求此三數=?

22. 若四數成等差數列，其和為 20，其首末兩項之積為 16，求此四數=?

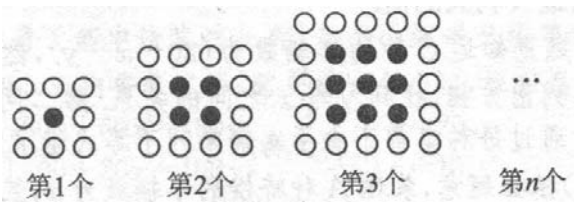
23. 三角形的三內角成等差數列，且最大角是最小角的 5 倍，求最小角為何？

24. 某多邊形的邊長成等差數列，公差為 4，最短邊為 4，最長邊為 44，則此多邊形有多少邊？

台南市立忠孝國中九十六學年度第二學期二年級數理資優課程  
講義

25. 若一等差數列的第  $p+q$  項為 37，第  $p-q$  項為 123，請問第  $p$  項為何？
26. 若  $m \neq n$ ，一等差數列的第  $m$  項是  $n^2$ ，第  $n$  項是  $m^2$ ，則此數列的第  $m+n$  項為何？  
(請以  $m, n$  表示答案)
27. 若  $\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}-1}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$  三數為等差數列，則公差=? 第 10 項=?
28. 有一個三位數其各位數字成等差數列，且其和為 21，若將個位數與百位數互換，則新數較原數大 396，求原數。
29. 填  $\bigcirc$ ， $\times$ ，若  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  是等差數列
- ( )  $a_6 - a_5 = a_5 - a_4$                       ( )  $a_1 + a_3 + a_5 = a_2 + a_4 + a_6$
- ( )  $2a_4 = a_3 + a_5 = a_2 + a_6$                       ( )  $a_2 + a_5 = a_1 + a_6$
30. 若  $a, b$  的等差中項為 4， $2a-b$ ， $a+2b$  的等差中項為 9，求  $a-b$ =?
31. 若  $a_1 = -56$ ，且  $a_{n+1} = a_n + 12$ ，求此數列之公差=? 第 9 項=?

**【挑戰題】**



1. 第1个 第2个 第3个 第n个， 在第  $n$  個圖中，有多少個白棋？

2. 某數列之前 6 項為  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{26}, \frac{1}{35}$ ，請問第 10 項為何？