

◆頭腦體操·熱身一下

一、若 $xyz=1$ ，請計算 $\frac{2x}{xy+x+1} + \frac{2y}{yz+y+1} + \frac{2z}{zx+z+1}$ 之值。

二、找出所有的 P ，使得 $(P-10)(P+14)$ 為完全平方數。

◆數學是一種想像力

一、方根與乘方

【觀念】 $\sqrt{a^2} = |a| = (a^2)^x \quad \therefore x = \frac{1}{2} \rightarrow$ 換句話說，平方根可寫成 $\frac{1}{2}$ 次方，立方

根可寫成 $\frac{1}{3}$ 次方， n 次方根呢？故 $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

【應用】

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \qquad \qquad \qquad \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} =$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt[3]{7} = \qquad \qquad \qquad \sqrt[3]{2} \times \sqrt{8} =$$

【挑戰】

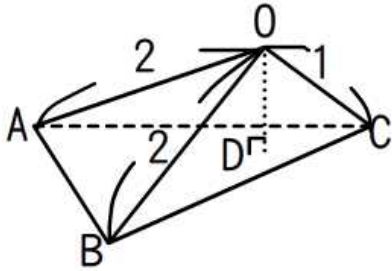
$$\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \qquad \qquad \qquad \sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} =$$

二、無所不在的方根

挑戰 1：a, b, c 中均非 0 且非完全平方數，請找出符合下式的 a, b, c 之值。

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{c}$$

挑戰 2：請針對下圖的三角錐， $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$
 求出(1)底面 $\triangle ABC$ 的面積 (2)此三角錐的高度。



挑戰 3：

$$\begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 1 \\ \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{2}} + 1 = \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}$$

◆瞭解本質就能應用

三、搗蛋的螳螂： $\overline{AP_1} = 2$ $\overline{P_iQ_i} \perp \overline{AB}, \overline{Q_iP_{i+1}} \perp \overline{AP_1}$ ，求 $\overline{P_1Q_1} + \overline{P_2Q_2} + \overline{P_3Q_3} + \dots$ 之值

