

第三章 解一元二次方程式 重點複習 1

◆已知解，求方程式

1 解為 2，-5

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $2x^2 - ax + b = 0$ ，求 a, b

2 解為 -4，3

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $3x^2 + ax - b = 0$ ，求 a, b

3 解為 -2，-6

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $ax^2 + bx - 36 = 0$ ，求 a, b

4 解為 $\frac{1}{2}$ ， $-\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $2x^2 - ax - b = 0$ ，求 a, b

◆已知解，求另一解

1 $x^2 - 5x - 14 = 0$ 之一根為 7，求另一根。

2 $3x^2 + 5x - 2$ 之一根為 -2，求另一根。

3 $2x^2 - 5x - 3$ 之一根為 3，求另一根。

4 $6x^2 - 16x + 8$ 之一根為 2，求另一根。

5 $4x^2 - 4x - 24$ 之一根為 3，求另一根。

【應用】

1 為 $x^2 + ax + 2 = 0$ 之一根，a, b 是 $x^2 + 5x + c = 0$ 的兩根，求 $3a + 2b + c$

◆根與求值問題

1 當 $x = ?$ 時， $3x^2 + 10x - 2$ 之值為 6。

2 1, -2 是 $x^2 + ax^2 - bx = 5$ 的根，求 $\frac{a}{b} = ?$

3 $(k+1)x^2 + (k^2-1)x + (k^2+2k-3) = 0$
若一根為 0，另一根不為 0，求 k 及另一根

若兩根為相反數，求 k

若兩根均不為 0，則 k 不可能是何數？

4 $(a-b)^2 + 3(a-b) - 18 = 0$
若 $a < b$ ，求 $a - b = ?$

若 $a < b$ 且 $a + b = 8$ ，求 a, b = ?

第三章 解一元二次方程式 重點複習 2

◆已知或判斷一元二次方程式的解

1 0 是 $2x^2 - 3mx + m - 2 = 0$ 的根，求 m

2 何者有重根(請填○ ×)

() $x^2 = 1$

() $4x^2 - 1 = 0$

() $x^2 + 4x = 0$

() $x^2 + 4x + 4 = 0$

3 $x^2 + 3x = x(x+3)$ 有幾個解?_____個

4 何者恰有一根為(請填○ ×)

() $4x+5=0$

() $x^2 - 9 = 0$

() $3x^2 + 4x = 0$

() $3x^2 - 10x - 8 = 0$

◆有共同的解

1 已知 $x^2 - x - 2 = 0$ 、 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 有一個共同的解，求此共同的解。

承上，若剩下的兩個根是 $x^2 + ax + b = 0$ 的解，求 $(a+b) : (a-b)$ 之比值

◆應用問題(看錯題目)

1 小明解一個一元二次方程式，看錯一次項的符號，得到兩根為 -4 、 3 ，則正確兩根為?

2 甲、乙同解一個 x^2 項係數為 1 的二次方程式，甲看錯 x 係數，得兩根為 $2,7$;乙看錯常數得兩根為 $1,-10$ ，求正確方程式與其根。

3 甲、乙同解一個 x^2 項係數為 1 的二次方程式，甲看錯常數項，得兩根為 $2,3$;乙看錯 x^2 項係數，得兩根為 $-1, \frac{14}{9}$ ，求正確方程式與其根。

【挑戰】

a, b 是 $(x-4)(x-5)=42$ 之兩根，求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

【挑戰】

二次方程式 $x^2 + px - 12 = 0$ 之解為 $x=k, 4-k$ 求 $p=?$ $k=?$

【挑戰】

$2(x^2 + 1) = 5x$ ，試求 $(x^2 - 1) : (x - \frac{1}{x})$ 之比值

【挑戰】若 k 為任意有理數

$(k^2 + 4k + 5)x^2 - (k^2 + 3x + b)x + (k^2 + ak + b) = 0$ 有一根為 1 ，求 $x^2 - 2ax - b = 0$ 之兩根。

第三章 解一元二次方程式 重點複習 3

題目練習

已知 $x^2 + ax + 6 = 0$ 的兩根為正整數， $a = ?$

$$x^2 - 2x + 1 = 0, \text{ 則 } x^{1990} - x^{2000} = ?$$

若 $(x+a)^2 + 4(x-1) = 0$ 恰有一根為 0， $a = ?$

若 a, b 為 $x^2 - 11x + 24 = 0$ 之兩根，且 $a < b$ ，則滿足 $a < \sqrt{n} < b$ 的正整數數 n 共有多少個？

$$x^2 - |x| - 6 = 0 \text{ 之兩根為 } a, b, \text{ 則 } ab = ?$$

若 a, b 為 $x^2 + 3x = 0$ 之兩根，則 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = ?$

已知 -1 是 $\frac{3x+a}{2} - \frac{5ax-1}{3} = a^2$ 之根， $a = ?$

$$\text{若 } x^2 - (a - \frac{1}{a})x - 1 = 0 \text{ } x = ?$$

$$x^2 - 3|x| - 10 = 0 \text{ 之兩根為 } a, b, \text{ 則 } \frac{a+b}{ab} = ?$$

$$x > 0, \text{ 且 } (x-1)^2 = 25, \text{ 則 } \frac{x-1}{2x+1} = ?$$

x, y 為有理數， $(x^2 + y^2)(x^2 - 1 + y^2) - 12 = 0$
且 $x^2 + y^2$ 之值 = ?

若 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根比 $x^2 + x - 6 = 0$ 的兩根都大 3，求 $a, b = ?$

若 $x^2 + (a-3)x + 2 = 0$ 與 $x^2 - ax - 1 = 0$ 有一公共根，求 $a = ?$

$$2^{x^2+1} = \frac{1}{4^x}, \text{ 則 } x = ?$$

第三章 解一元二次方程式 重點複習 4

主題：一元二次式

◆ 判斷一元二次方程式

() $(3x+2)(2x-3)$

() $x^2 - 1 = 0$

() $(3x+2)(2x-3) = 6x^2 + 5$

() $\frac{1}{x} = x + 4$

◆ 方程式之值

當 $x=?$ 時， $2x-5=0$

當 $x=?$ 時， $(3x+2)(2x-3)=0$

當 $x=?$ 時， $\frac{x-2}{x-5} = 0$

當 $x=?$ 時， $\frac{x^2 - 8x + 5}{x-3} = 0$

當 $a=?$ 時， $a = 2 + \frac{3}{a}$

◆ 解一元二次方程式(注意不同類型的處理)

$$\frac{25}{13}x^2 = 0$$

$$12x^2 - \frac{2}{3} = 0$$

$$-\frac{4}{25} = -(3y+2)^2$$

$$x^2 - \sqrt{81} = 0$$

$$\frac{x^2}{6} = \frac{x}{4}$$

$$x^2 - 8x + 77 = 0$$

$$5x^2 = 4x$$

$$(x-7)^2 = 25$$

$$(x-1)(x-2)=12$$

$$5y^2 - 8y - 4 = 0$$

$$y(y+10)=24$$

$$(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 0$$

$$x^2 - (x-2)^2 = (x-4)^2$$

$$\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} = 0$$

$$(2x+1)^2 + (x-2)^2 - (2x+1)(x-2) = 43$$

◆ 方程式之根與係數

2 是 $x^2 - 2ax - 15a^2 = 0$ 的一根，求 $a=?$

$$xy \neq 0 \quad 2x^2 - xy - 3y^2 = 0$$

$$(k-3)x^2 + (k^2-9)x + (k^2-2k+3) = 0$$

若一根為0，另一根不為0，求 k 及另一根

若兩根為相反數，求 k

若兩根均不為0，則k不可能是何數？

【整理】 $ax^2 + bx + c = 0$ 根與係數的情形
若兩根為 p, q (前提為 $a \neq 0$)

$$1 \quad p + q = -\frac{b}{a} \quad pq = \frac{c}{a}$$

2 恰有一根=0 則 $b \neq 0, c = 0$

3 兩根為相反數 則 $b=0$

4 兩根均為 0，則 $a=b=0$

$$x > 0, \text{ 且 } (x-1)^2 = 25, \text{ 則 } \frac{x-1}{2x+1} = ?$$

x, y 為有理數， $(x^2 + y^2)(x^2 - 1 + y^2) - 12 = 0$
且 $x^2 + y^2$ 之值=?

若 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根比 $x^2 + x - 6 = 0$ 的兩根都大 3，求 a, b =?

若 $x^2 + (a-3)x + 2 = 0$ 與 $x^2 - ax - 1 = 0$ 有一公共根，求 a =?

已知 $x^2 + ax + 6 = 0$ 的兩根為正整數， a =?

◆已知解，求方程式

1 解為 -2, -5

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $2x^2 - ax + b = 0$ ，求 a, b

2 解為 4, -3

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $3x^2 + ax - b = 0$ ，求 a, b

3 解為 2, 4

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $ax^2 + bx - 36 = 0$ ，求 a, b

4 解為 $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} (\quad)(\quad) &= 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

已知方程式為 $2x^2 - ax - b = 0$ ，求 a, b