重點複習 2007/4/21　　　　　　　　三年_____班_____號 姓名____________

主題：「根與係數」及「配方法及公式解」

◆根與係數：將一元二次方程式因式分解之後發現：$x^2+ax+b=0$
$(x-\alpha)(x-\beta)=0$
，則有 $\alpha+\beta=-a$ 　 $\alpha\beta=b$

稱之爲根與係數的關係。

【注意: x^2 (領導係數)的係數一定爲 1】

☆練習

1. 若 $x^2+ax+b=0$ 的兩根爲 2，-5，則 a-b= ________。
2. 若 $x^2-8x+2=0$ 的兩根爲 m，n 則 $m^2+n^2=$ ________。
3. 若 $x^2+ax+b=0$ 之解 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$，則(a,b)在那一個象限?
4. a、b 爲實數，且 α、β 爲 $x^2+ax+b=0$ 的兩根；$\alpha-1$、$\beta-1$ 爲 $x^2-bx+a=0$ 的兩根，求數對(a,b)=___________
5. 若 α、β 均爲質數，且 α^2、β^2 爲 $x^2-365x+k=0$ 之兩根，則 k=_________
6. 整係數一元二次方程式 $ax^2+bx+41=0$ 兩根爲相異整數，且 a>0, b<0，求 b=_________

【聯想】

1 若 $x^2-3x-1=0$，則 $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ =?

2 若 x 爲實數，且 $\dfrac{x}{x^2+x+1}=\dfrac{1}{5}$，求 $\dfrac{x^3}{x^6+x^3+1}$ 之值

3 $2x^2-6x+28=0$ 的負根最接近那一個整數?

◆配方法：將一元二次方程式變成完全平方式。

作法：常數項爲一次項係數一半的平方

$$x^2+ax+b=x^2+ax+(\frac{a}{2})^2+b-(\frac{a}{2})^2$$
$$=(x+\frac{a}{2})^2+b-(\frac{a}{2})^2$$

☆練習

1. 若 $4x^2+12x+m$ 是一個完全平方式，求 m=?
2. 已知 $x^2-12x-b=5$，可配成 $(x+\frac{a}{3})^2=-4$，求數對(a,b)之值。
3. $\sqrt{x^2-6x+m}$ 之值爲整數，求 m=?
4. $x^2+2x+m=10$，有二個整數根，求 m=?
5. $x^2-4x+a=0$ 兩根均爲正整數，求 a=?
6. $mx^2-4x+4=0$ 之根均爲整數，求整數 m=?
7. 當 k 爲______時，可時 $x^2+kx+(k+3)=0$ 之兩根平方和爲最小?
8. 設 k 爲實數，若 α,β 爲 $x^2-(k-2)x+(k^2+3k+5)=0$ 的兩實根， 則 $\alpha^2+\beta^2$ 的最大值爲___________。

【挑戰】

1. 已知 $2x^2+3y^2=8$，求 $(x-5)^2+y^2$ 之最大值與最小值。

2. 解
$$(16x^2-9)^2+(16x^2-9)(9x^2-16)+(9x^2-16)^2=(25x^2-25)^2$$

3. 解 $x^3+2\sqrt{3}x^2+3x+\sqrt{3}-1=0$

台南市大成國中蘇恭弘老師編製