

目 錄

Σ	99 年度數學領域輔導團辦理「精進教師課堂教學能力計畫」－「數學課綱微調研習」與「數學科普閱讀書籍與課堂教學」講座計畫-----	2
Σ	研習流程-----	4
Σ	講師簡介-----	5
Σ	工作人員職掌表-----	7
Σ	課程內容:	
	數學大騷動導讀 -----	8
	數學大騷動－腳踏車與數學選文-----	17
Σ	97 學年度「數學科普讀物心得」-----	21
Σ	附 錄:	
	「九二綱要」與「九七綱要」修訂條文對照表-----	25
	國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域國中組 Q&A-----	36

臺南市 99 年度國教輔導團國中數學領域辦理「精進教師課堂教學能力計畫」—
「數學課綱微調研習」與「數學科普閱讀書籍與課堂教學」講座計畫

壹、依據：

教育部補助精進教師教學能力計畫辦理

貳、背景分析：

隨著教育的普及，今天教師所面對已不是菁英年代經過篩選的學生，而是能力與動機都參差不齊的學生，更有不少是對數學恐懼與厭惡者，所以數學教育應由枯燥的講述轉向興趣之啟發和能力之培養。數學教學理應轉移到激發學生學習的意願，可以透過閱讀開啟老師與學生更寬廣的視野。為了培養學生數學閱讀能力，並可於實際活動中有機會分析和澄清困難，故打破課堂教學範疇，以協助其邁向獨立學習，因此奉教育處指示，本團將在本市辦理「數學科普閱讀書籍與課堂教學」，進一步推動數學教師閱讀促進專業成長，同時推動學生閱讀，建置教學分享對話機制。這次講座的主題：「數學普及讀物之閱讀教學策略之實踐或推廣」以及「數學小說-博士熱愛的算式深入導讀」，期盼透過專家學者連續性講座的方式，不斷的討論與分享而精進教師的科普閱讀教學能力。

參、目的：

- (一) 全市數學教師課綱微調研習與協助教師教材教法的研究。
- (二) 促進校內教師團隊的凝聚力，活絡領域教學研究會互動功能。
- (三) 透過講座對談的方式，促進教師針對教學層面進行深度對話與回饋。
- (四) 藉由數學閱讀活動帶領，讓教師領略與掌握其中之精髓，進一步活化課堂教學。
- (五) 培植（或發掘）優秀教師，儲備未來的輔導員人才。

肆、實施日期與時間：

- (一) 99 年 3 月 11 日(星期四)-「數學普及讀物之閱讀教學策略之實踐或推廣」
- (二) 99 年 5 月 13 日(星期四)-「數學小說-博士熱愛的算式深入導讀」
- (三) 時間：研習日下午 13:50 至 15:50

伍、經費概算：由教育部補助相關經費支付

陸、主辦單位：台南市政府教育處

柒、承辦單位：台南市南寧高中、台南市國中數學領域輔導團

捌、研習地點：南寧高中中正大樓三樓會議室(台南市南區明興路 925 巷 167 號)

玖、參加人員：

- (一)台南市所屬國、高中之國中數學領域教師，每位教師至少選擇其中 1 場研習報名（也可以兩場均參加）並均勻分配至二場講座。(含正式、代理、代課老師及實習老師)
- (二)台南市所屬國小之數學領域教師歡迎自由報名參加。
- (三)台南市所屬國中、小之其他領域教師歡迎自由報名參加。

拾、報名方式：即日起至研習日前二天止，請參加教師至學習護照網站

(<http://e-learning.tn.edu.tw/>) 線上報名。資訊相關請至 台南市國中數學輔導團網站 163.26.5.88/info/tnmath 點進「歡迎光臨」查詢。

拾壹、經費概算表：如附件一。

拾貳、全程參加人員給予公假辦理並核予研習時數 2 小時。研習流程及講師經歷請參考附件二及附件三。

拾參、工作人員職掌表：如附件四。

拾肆、本計畫陳台南市政府教育處核准後實施，修正時亦同。

附件二、研習流程：

次序	時間	98年3月11日	98年5月13日
		活動名稱 主持(講)人	活動名稱 主持(講)人
一	13:30~13:50	「報到」 陳銘鴻老師	「報到」 曾俊鑫老師
二	13:50~13:55	「引言」 顏弘洺校長	「引言」 顏弘洺校長
三	13:55~14:50	「數學普及讀物之閱讀 教學策略之實踐或推廣」 林壽福老師、蘇恭弘老師	「數學小說- <u>博士熱愛的算式</u> 深入導讀」 廖惠儀老師、王炳雄老師
四	14:50~15:00	「小憩、茶敘」	「小憩、茶敘」
五	15:00~15:30	「數學普及讀物之閱讀 教學策略之實踐或推廣」 林壽福老師、蘇恭弘老師	數學小說- <u>博士熱愛的算式</u> 深入導讀」 廖惠儀老師、王炳雄老師
六	15:30~15:50	「數學課綱微調」 林壽福老師、蘇恭弘老師	「數學課綱微調」 廖惠儀老師、王炳雄老師

附件三、講師簡介：

(一) 林壽福老師

現任：臺北市立興雅國中數學教師、教育部國教司中央課程與教學輔導諮詢教師

學歷：臺灣師範大學數學系 70 級畢

專長：數學步道設計、創新教學活動示例設計、學校本位課程設計、統整課程設計、實作評量設計

教學理念與目標：

1. 目標：教給學生生活到老學到老的學習動機與學習方法。
2. 啟發學習動機：
 - (1) 外在誘因：立即能應用學到的知識與技能，解決所碰到的問題。
 - (2) 內在鼓舞：透過學習活動能學到——學習本身是一件有意義、有趣、極迷人的事，如同遊戲或競賽一樣。有強烈的內在求知動機與顯現外在的行為，就是主動學習，透過如此良性循環，終身學習的理念才能真正落實。學習的潛能不是外塑力量所形成的結果，而是內在動機受到情境的鼓舞，所發揮出來的力量。教育不只是傳遞零碎的知識，更重要是，要將孩子內在的學習動機引發出來。
3. 教導基本學習方法：
 - (1) 將觀察得到的結果，做成有系統的紀錄，再以歸納或演繹的方法導出一般化的經驗定律。
 - (2) 數學學習活動是一種「猜測——證明——發現」的實際活動。

◎當選 95 年度台北市數學與自然特殊優良教師

◎榮獲 臺北市第四屆行動研究教材教具實務展示類特優獎(第一名)(92年)

◎榮獲 臺北市中等學校教育叢書暨校刊競賽國中組教育叢書類優等獎(93年)

◎榮獲 臺北市第五屆行動研究教材教具實務展示類特優獎(第一名)(93年)

◎榮獲 臺北市立師院『學校課程計畫暨教師創新教學論壇』教師教案優等獎(第一名)(93年)

◎榮獲 台師大特殊教育中心、國科會『第一屆中學科學資優教學設計競賽』金牌獎(第一名)(94年)

◎榮獲 國立台灣科學教育館『中華民國中小學教師自然科學與數學教學設計競賽』優

等獎(94年)

- ◎榮獲 國立台灣科學教育館『中華民國中小學教師自然科學與數學教學設計競賽』優等獎(96年)
- ◎榮獲 中教司優秀科學教育專案研究：〈數學步道之主題式探究學習對國中資優學生學習的影響與研究〉(95年)
- ◎榮獲 臺北市中等學校教育叢書暨校刊競賽國中組教育叢書類 特優獎、主編獎、美編獎、團體獎(各項第一名)(97年)
- ◎榮獲 臺北市第九屆行動研究教育經驗分享類 佳作(97年)
- ◎榮獲 臺北市第九屆行動研究創新教學活動設計類佳作(97年)
- ◎榮獲 臺北市第九屆行動研究教材教具實務展示類優選獎(97年)
- ◎榮獲 教育部主辦『中小學典範教學競賽』特優獎(第一名)(97年)
- ◎擔任全國 25 縣市、師資培育機構中小數學領域教師、准教師研習之講師。
研習主題包括：數學步道、數學魔術、趣味數學、資優數學、創新教學設計、基測分析、資訊融入教學、科普閱讀等
- ◎規畫並擔任國中小數學營、區域資優方案、數理資優班、趣味科學營之講師
- ◎經常接受電視、電台、平面媒體有關數學教育議題採訪。
- ◎著作：《數學樂園——從胚騰(pattern)學好數學》(95年)如何出版社。《資優教育季刊》、《HPM 通訊》文章登載。《胚騰(pattern)就在您身邊——不一樣的數學步道》(92年)興雅國中出版。
- ◎連續三年(95~97年)通過教育部科中教司科學教育專案計畫申請。

附件四、工作人員職掌表：

組別	姓名	職稱	職掌
行政組	王水文	教育處長	行政督導
	林淑敏	教育副處長	行政督導
	李月華	課程督學	輔導團行政督導
	蔡佩珊	調用教師	輔導團行政督導
	顏弘洺	南寧高中校長/召集人	綜理數學輔導團業務
	高彩珠	建興國中校長/副召集人	協助數學輔導團業務
	童文志	南寧高中教務主任	協助數學輔導團業務
課程組	張靖宜	後甲國中教師	研習業務規劃及協助、講師聯繫
場地布置組	曾俊鑫	南寧高中教師	引導、簽到、場地佈置與整理、 照相
	陳銘鴻	南寧高中教師	
資料組	王炳雄	南寧高中教師	資料整理、錄影
	陳端國	建興國中資訊組長	網頁公告與管理、製作 DVD
	蘇恭弘	忠孝國中教學組長	研習講義製作
總務組	唐柏寧	南寧高中設備組長	經費核銷、採購

課程內容

數學大騷動導讀

【方法一】以第二章體育館裡的打賭為例

林壽福 臺北市興雅國中

◎ 設計說明與理念

綜合舉辦 PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study) 和 PISA (Programme for International Student Assessment) 兩個教育評比的國際組織對閱讀素養的定義，閱讀教學活動應該：

- 培養學生理解、運用和反思書寫語言的能力；
- 能從各式各樣的文章中（包括連貫的文本和不連貫的文本）建構出意義；
- 能從閱讀中學習；
- 能參與學校及生活中閱讀社群的活動，發展個人潛能，並能積極參與社區活動；
- 最後，能從閱讀獲得樂趣。

因此，本次測驗所設計工具，即企圖評量學生能力如下列：專注提取、理解監控、歸納推論、詮釋整合、組織聯想、分析綜合等。我們希望他們閱讀時，

- 能專注地提取特定觀點，詮釋文意；
- 能自然地意識到自己是否理解文本內容，並能主動採取一些補救策略；
- 在回答問題時，能運用聯想力作歸納推論，找出概念間的關係；
- 在作文章摘要、勾勒重點時，能統整文本脈絡和同化自我的新舊知識經驗，並能預測下一段文章的內容。
- 能檢驗或評估文本的特性與風格；能透過擬題與解題過程中，深化對文本的理解，並與同儕間作互動學習，經歷社會化情境，最後還能從閱讀中找到樂趣。

根據認知學習理論的說法，閱讀是一種知識重建的過程，在閱讀歷程中，讀者與文本發生交互作用，新舊知識透過同化作用會產生新的意義。數學文本裏的符號、代數式、圖形、圖表以及文字，同樣需要經過閱讀才能理解。閱讀是數學學習活動形式之一，美國學者柯爾 (C. G. Corle) 歸納數學閱讀理論指出，數學閱讀能力是一種重要的數學能力，是數學思維的基礎，對於解決問題具有重要作用。所謂數學閱讀能力，是指保存數學概念的能力，也是指建立數學概念之間聯繫，以及發展邏輯推理能力。而要提高數學閱讀能力，就必須全力加強學生與

文本 (text) 對話的能力，只有在與文本經常性地對話中，數學閱讀能力才可望得到提升。此外，加強與文本對話也是促進學生改變學習方式的有效途徑，在經常性與文本對話中學會自主的學習，獨立有效的思考，這才是內化為個人學習能力的重要保證和依據。只有學生的數學閱讀能力提高了，才是未來可持續發展和終身學習的關鍵性利基。

總之，要培養學生數學閱讀能力，必須從激發他們閱讀數學文本的興趣開始。當務之急，便是教師要加強指導學生掌握數學閱讀的方法，逐步形成閱讀策略，使學生能經歷「願讀」、「會讀」，最後到「樂讀」的蛻變過程，如此自學能力的養成自然指日可待矣！

◎ 教學法

本實驗採用 Palincsar 和 Brown (1984) 所設計的交互教學法，主要是透過小組合作學習方式，在社會化的情境中，藉由師生間的對話，引導學生建構所閱讀文本的意義，以促進閱讀理解。許多研究皆指出，交互教學法能有效提升低閱讀能力學生的閱讀理解能力，並有助於概念鞏固和產生學習遷移的效果。

在情境對話中將運用同化、摘要、澄清、預測、擬題與解題等策略，來達成理解及監控，有效提升閱讀能力。學習的進行由學生主導，教師提供指導與諮詢。在教學實施之初由教師示範使用各種閱讀策略，學生則是觀察者，教師示範之後，再由學生輪流擔任領導者 (leader) 領導小組對話，以及澄清者 (clarifier) 文章不瞭解部分。交互教學的特性，就是希望每個學生能夠領導小組對話，而以小組合作學習方式進行能提供社會化的情境，增進個體的理解，學生藉由彼此的討論，也同時分享了思考的責任。

◎ 學生準備

1. 小組成員與分工

*工作分配表

第___組工作分配表 我是_____年__班__號				
姓名	座號	姓名	座號	姓名
分工				
組(副)長				

佈題者				
找資料				
報告員				

◎ 教師引導

2. 閱讀方法：

(1) 找出大意（#專注、理解監控、組織綜合）

※ 摘要 — 全章內容改寫成 200 字左右的小文章。從閱讀文本中區辨重要與不重要的訊息，亦即能保留文章重點、略去細節、找出主題句，然後綜合這些訊息創造出一篇新的、連貫的、濃縮的文章，來代表原來的內容。摘要策略是最為學者所推薦運用的策略，它可以幫助學生更加了解文本的主要結構以及各重點間的關連，也可以幫助學生覺知與控制自己的閱讀過程，促進後設認知的監控。

※ 重點 — 包含找出文章的要旨 (gist)、主題 (topic)；主題句 (topic sentence)、結構 (structure)、關鍵字 (keyword)、論題(thesis)、話題 (theme) 說明 (interpretation)。

(2) 解釋相關數學概念或活動（解釋閱讀材料、提出理由支持）（#理解與澄清），譬如無理數、有理數、虛數、平方根；形數、畢氏定理、萬物皆數、畢氏學派。

(3) 閱讀經驗分享（比較自己的經驗、比較以前閱讀過的材料）（#同化聯想、歸納推論），譬如比較自己的生活經驗和文章內容，並以自己的背景知識來推論文章的意義 —— 活化先備知識 (activation prior knowledge)。

(4) 臆測（預測文中接下來會發生的事）（#歸納推論、理解監控、聯想）譬如預測下一段或下一章可能出現的內容。

(5) 描述風格和結構（#反思、監控）

3. 擬題與解題：讓學生透過批判文本內容或自己提出問題、解決問題，以及和同學對話問答過程中，藉以了解學生閱讀理解狀況。（底下問題為老師所示範）

(1) 你(妳)認為圖書館館長凱伊女士是一位怎樣的人？你(妳)主張的理由為何？（專注提取、歸納推論、理解監控）

(2) 為何說腳踏車的車體以三角形為結構，最不容易被騎乘者的體重壓垮？請再列舉生活中類似原裡的設計案例兩個，並加以說明。（專注提取、理解監控、應用、聯想）

(3) 為何腳踏車的車體其三角框架有的高而窄、有的卻短而寬，其中的奧妙在哪裡？（專注提取、理解監控、聯想、歸納推論）

(4) 下列哪一種車型最適合作為旋轉、扭轉或跳躍等特技使用？（理解監控）

①



②



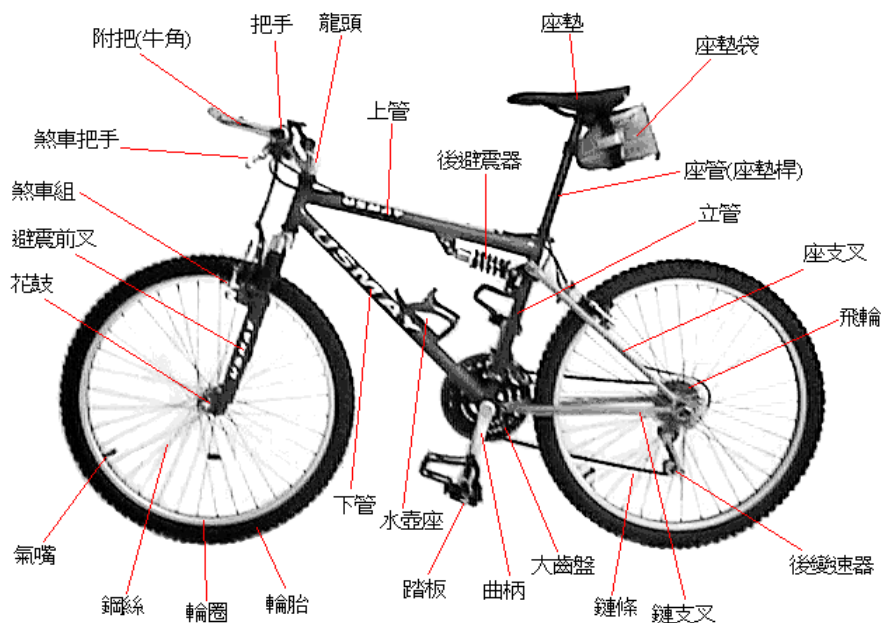
③



④



(5) 一般人購買腳踏車會問的第一個問題是，想知道該車為幾段變速？段數越高的車通常越貴，也更能適應不同的坡度及路況。而幾段變速指的是，大盤的片數與飛輪片的組合個數，參考下圖構造說明。例如有一種 MTB (Mountain Bike, 簡寫 MTB) 登山車前面有大盤 3 片，後飛輪則有 9 片，請問這樣的組合最高可達幾段變速？①9 段 ②12 段 ③27 段 ④39 段。（專注提取、理解監控、應用）



- (6) 承上題，以熱門的 SHIMANO 08 年 XT 變速系統來說，其中 27 段變速車搭配的是大盤 44-32-22，飛輪是 11~34 (11 13 15 17 20 23 26 30 34)，如下表 (一) 車輪比的數據所示。請問這樣的組合方式，實際上最多可能產生幾段的變速？ ①12 段②20 段③24 段④27 段。(專注提取、理解監控、歸納推論、分析綜合)

表 (一) 27 速登山車齒比變化表

大盤 飛輪	44	32	22
11	4.00	2.91	2.00
13	3.38	2.46	1.69
15	2.93	2.13	1.47
17	2.59	1.88	1.29
20	2.20	1.60	1.10
23	1.91	1.39	0.96
26	1.69	1.23	0.85
30	1.47	1.07	0.73
34	1.29	0.94	0.65

- (7) 承上題，影響車子性能的主要憑藉是馬力和扭力，以該系統而言，當你(妳)要騎到最快時，踩踏的力量就要最大，亦即應該使用大馬力、低扭力以維持單車高速前進，因此你(妳)的最佳選擇是哪一種大盤-飛輪比？請說明理由。(理解監控、分析、歸納推論)
- (8) 反之，如果要騎上坡時，需要的則是大扭力，此時踩踏的力量都將轉成扭力以供爬坡之用，此時你(妳)的最佳選擇又該是哪一種大盤-飛輪比？請說明理由。(理解監控、分析、歸納推論)
- (9) 承上第(7)題，該車輪子轉一圈前進的距離是固定的，假定其輪框直徑為 26 吋(1 吋約 2.54 公分，故約 66cm 左右)，而圓周長=直徑 \times 3.14，請問當大盤踩一圈，該車將前進約_____公尺。(理解監控、應用、分析)
- (10) 各種車輛的輪子形狀為何多數是圓形的？請說明理由。(理解監控、分析綜合、

聯想)

- (11) 〈打賭你沒聽過〉框框中央坦·瓦根數學教授所騎乘的腳踏車，其輪子是方形的，他在「倒懸拱形路」上行駛的意義為何？假定教授是在平坦的路面上騎乘，你（妳）認為會呈現怎樣的景況？請你（妳）畫圖加以說明。（理解監控、歸納推論、組織、整合、聯想）
 - (12) 猜想一下，為何腳踏車是兩輪的，而不做成三輪的？請寫下猜想的理由。（理解監控、分析綜合、歸納推論）
 - (13) 踢足球、擲標槍、擲鉛球等運動其最佳投球的角度為何是 45° ？請加以說明或證明。（理解監控、分析綜合、歸納推論）
 - (14) 讀完 P.36 頁後，你（妳）知道畢氏學派殺害希巴賽司的原因為何？請問你（妳）對這件事有什麼評論？（理解監控、歸納推論、分析綜合）
 - (15) 你（妳）聽過「四邊形不穩定性」，這個說法嗎？請解釋一下。請在校園中或生活周遭，舉出兩個應用這項特性的實例，來加以說明？（理解監控、分析、應用）
4. 回應與記錄：回答其他組可能的問題和作上課重點記錄。（理解監控）
 5. 請寫下閱讀完這一章的主題內容後，對自我學習上的幫助？（反思監控）
 6. 其他

【方法二】(引自台北縣林口國中 李政憲老師作業)**一、你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？**

- 無論是主動或是半自動選擇了書籍，總是踏出了自己的第一步，也是日後有機會再閱讀其他書籍的主要原因。
- 學生應針對書名或翻閱內容說明之所以選擇本書書寫心得的原因。
- 而為了鼓勵學生於上課時認真學習，並促使將來願意持之以恆閱讀，全程參與課程並完成作業同學可任選所提供借閱書籍乙本。

二、請敘述這本書的內容大綱。

- 並非只是按照章節抄寫內容，更要從不同的角度切入，探討書籍的實用性與不易直接發現的特點。
- 期待學生從內容大綱的掌握，真正了解作者欲交代讀者的精神所在。

三、你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

- 與第二題最大的區別在於學生能就書中的內容，挑選適合自己吸收的內容、方法與概念，進一步應用於生活及學習上。
- 學生與教師所得的結論不盡相同，小小的發現也能有大大的收穫。
- 若學生無法掌握內容大綱或主題重點者，教師應就其觀點與學生作分享討論。
- 數學科普書籍心得與一般文學書籍心得的差異性，在於欣賞的點有所不同；一般文學書籍只要理解文字內容、前後連貫即可；數學科普書籍除了理解文字內容外，還需具備相關數學知識，以解決或了解前後文的關連性；教師亦應適當就不易自行理解內容作說明。

四、你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

- 既然名為「數學科普書籍閱讀心得」，自然需闡述所學的內容及帶給自己的收穫。
- 此題與第三題的內容有些雷同，最主要是希望藉由學生書寫數學知識(名詞)的同時，能夠思考原來未曾考慮到的點與面。
- 第三、四題若學生答案能與已(正)學習的觀念作結合，教師應給予正面肯定。

五、說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

- 就個人觀點挑選最欣賞的文字，進一步更認識作者及數學。
- 可能是一種觀念、一個方法，甚至是一個發現，得以成為將來自我成長的基礎。
- 數學科普書籍與文學作品所選擇的佳句差異性，一個多半在於學習的方法與成長，另一個則比較傾向辭藻的優美與人生的歷鍊。

六、你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

- 這個題目在詢問前大概就可以知道答案不外乎「與同學討論」、「找老師詢問」、「翻書、上網找答案」等方式，最重要還要看看是不是真的能突破自己瓶頸，將原本不了解的內容作克服。
- 若真的無法克服，或許也可以將目前的想法寫下，待有能力時再回來作檢討了解，畢竟大多數學科普及書籍仍有其能力限制，需建立在已學過的學問基礎下才易於閱讀。

七、如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

- 此處要求學生需說明推薦人的特性(年齡、職業、數學能力等)，以符合建議閱讀的章節。
- 此題的設計主要希望學以致用，並能夠推己及人，除了自己學會，更推薦給需要的人

去了解。

【方法三】(引自臺北市石牌國中 蘇進發作業)

所謂打鐵趁熱，當每個學生對數學科普書籍，有一點興趣時，老師應立即掌握時間，但因每個學生的閱讀態度與閱讀程度不同，是否學生都能掌握到作者在書中所表達的內容與延伸活用的知識，值得我們好好思考。

我們曾經在兩年前，介紹一些數學科普書籍給學生閱讀，並請他們寫心得報告與同學分享(附註一)，我們所看到的心得，可能受國文領域影響，內容大部分都是從文學角度來看數學，不外乎感動人心、激發向上，或者是作者背後努力，帶給我們數學表面的知識；很少有同學會從數學角度切入，談到數學與你我生活的連結，或書中的數學是否給你一些啟發與延伸思考。我們並不是說從文學角度切入不好，只是我們有設定的目標，希望學生有我們預期的收穫，所以，我們給了下列的表格，來提醒學生閱讀時應注意的重點，免得學生漫無目標浪費時間。

書名：	心得報告者：
1.書中的內容大意为何?(請詳述)	
2.我學到或發現哪些數學?(請具體條列敘述)	
3.這本書最有趣的地方是什麼?(請具體指出)	
4.書中的數學，在日常生活中有什麼相關的應用?(請具體說明)	
5.看完書籍之後，我有什麼數學疑問或不懂的地方?(請條列敘述)	
6.除了上述心得，我還可以做些什麼?(同學給一些創意吧!)	

(同學寫的越多越認真，你的收穫是成正比的。)

學生作品(附註二)

※閱讀應注意的事項

(1) 閱讀前

- ⊕ 預備紙與筆，準備紀錄書中的重點與問題。
- ⊕ 簡單翻閱目錄與內容，了解自己對此主題知道多少，並預測將有多少收穫。

(2) 閱讀中

- ⊕ 一邊閱讀一邊記錄重點與問題，並運用先備知識，思考解決閱讀中所產生的問題。
- ⊕ 閱讀中遇到困難時，則需再讀一遍，若仍有問題，可與同學討論或紀錄下

來，然後繼續閱讀。

- ⑤ 停下來回想，看看自己學到或記得什麼，如果有必要可以回頭看筆記摘要。

(3) 閱讀後

- ① 重讀喜歡有趣的部份，並根據你的紀錄，開始整合書寫心得報告。
- ② 書中的知識是否可以常常應用於生活，或延伸發展。
- ③ 如果需要，可另外看一些輔助書籍或上網查資料，讓所學知識更加豐富。
- ④ 好書應與好朋友分享，大家的心智一起成長。

課程內容補充資料

數學大騷動—腳踏車與數學選文 (pp. 25-31)

- ◆同學們！你（妳）們知道台灣時下最夯的運動是什麼嗎？
- ◆看看底下這樣一部腳踏車，你（妳）想問第一個的問題是什麼？



山姆與教育局長雷克先生的辯論會首戰來到體育館。

山姆說：「好，那麼我們就在這個體育館裡開始辯論吧！」「孩子，你確定嗎？這裡可沒什麼東西是跟數學有關的啊。」山姆很鎮定的望著雷克先生說：「在你面前就有了。」山姆向我們班上的超級運動員招了招手。是艾美莉。她為了參加下一屆的單車比賽，剛剛去受訓，現在才回到學校來。

「艾美莉，妳可以過來一下嗎？」

「山姆你好！雷克先生你好！」她一邊說著，一邊把她的腳踏車靠在牆壁上停好。

「山姆，你要我怎麼幫你呢？我不討厭數學。不過我做的事跟數學都沒什麼關係耶！」

「當然有關係！」山姆立刻說：「騎腳踏車正是一種與幾何學有關的運動。」就這樣，辯論會開始了。

「幾乎所有的腳踏車都包含三角形的框架結構，這是一種最結實牢固的結構，因為三角形的結構最不容易被騎乘者的體重壓垮。在碰撞、煞車，以及用力踩踏板時，也比較不容易出問題。同樣的道理，在橋梁、高樓、圓球形建築物上，也能發現三角形的結構。」

山姆接著說：「我本來不確定那些又酷又炫的專業級腳踏車是否也具有三角形結構。其實，三角形結構是車體的基本結構。只不過有時為了裝置避震器等零件，必須將三角形的框

架彎曲，或略微削減。近年來，腳踏車車體運用了新的金屬材質，例如鉻和鈦，比別的金屬來得堅固，因此腳踏車的設計師可以開始嘗試新的造型。」

「等一下！」我忍不住打斷山姆的話，因為我想到我和他的腳踏車。「我腳踏車上的三角框架，比艾美莉那部車的扁平。而你的腳踏車，三角框架又比我和她的車更扁平，這其中有什麼奧妙嗎？」

「這是因為車子設計的用途不同。」山姆說：「你的腳踏車是越野車。越野腳踏車不是用來騎在一般道路上的，它必須能騎上陡峭的山坡，越過溪流，在岩石上顛簸而行，所以三角框架必須降低，以便適應山路的顛簸。越野腳踏車的框架必須短而寬。」

山姆繼續解釋：「至於我的腳踏車是BMX單車—它是用來飛躍的！車子後方的三角結構必須盡可能扁平，讓我在落地時可以盡量貼近地面。這種腳踏車特別適合用來跳躍、旋轉，以及在充滿障礙物的極限運動場上行進。它也讓我很容易就能踩踏板加速。」



「至於我的腳踏車，」艾美莉說：「三角框架就不必太靠近地因為我騎車時不需要做出旋轉、扭轉或跳躍的特技。」

「沒錯！」山姆說：「一般道路專用的腳踏車，是為了長時間在的道路上騎乘，或是比賽之用，不必考慮路面顛簸的問題，重要的以輕鬆地踩踏板，因此車體的三角框架就必須設計得高而窄。」

「可惜我的車不適合爬坡。」我想到每天放學回家時都要騎一段路：「就算我一路使勁踩踏板，也無法一口氣爬完那個坡！」

我知道了！

腳踏車的踏板—齒輪—鍊條，三者之間的搭配是有玄機的！你有試過騎沒有變速裝置的腳踏車爬坡嗎？騎變速腳踏車時，你可以藉由踩踏板來帶動鍊條，鍊條套住一組前齒輪和後齒輪。你踩踏板時要使多少勁，取決於你選的齒輪組。

齒輪比高（前齒輪越大，後齒輪越小），每踩踏板一圈，輪子轉動的圈數比較多，前進的距離也比較長。這種齒輪組比較適合在平坦的路面騎乘。

至於騎上坡路時就不同了！此時重要的就不是前進的距離長短，你得趕快切換到低齒輪比（前齒輪越小，後齒輪越大）。這時每踩踏板一圈，前進的距離比較短。但是踏板踩起來比較不費力，就算是陡坡也覺得輕鬆！人們騎車時可能自以為是技術好，其實只有數學迷才知道，騎車輕鬆的祕訣在於齒輪比呀！

「那也跟幾何學有關哦。我指的是圓形，還有比例的問題。」山姆接著說：「所謂的比例，就是比較兩個數字。現在我們要比較的是，腳踏車前後兩顆齒輪的大小，這關係到你每踩踏板一圈，腳踏車的輪子會轉幾圈。」

「等一下，山姆，」艾美莉說：「齒輪不一定是圓形的哦！我曾經看過卵形，也就是橢圓形的齒輪。」

「沒錯，我爸爸的腳踏車，前齒輪是橢圓形，後齒輪是圓形。真希望我的腳踏車也有這種齒輪。有些單車騎士認為這種齒輪形狀可以提供更大的推動力，但是也有人不以為然。」

山姆聳聳肩表示：「力量大不大無所謂，我就是喜歡那種形狀。」

我不是提過！所有的事物都會被山姆解讀成形狀和圖形嗎？腳踏車在他的眼中，是三角形和圓形或橢圓形的組合！

艾美莉聽得津津有味，她很有興趣了解事物運作的原理。這些有關騎車的小撇步我也很感興趣，不過讓我更高興的是不必去算那些數學。至於雷克先生，他顯然不覺得山姆說的有什麼了不起。

「腳踏車就是腳踏車，」他說：「爬坡登山很簡單呀，用力踩踏板就是了，哪裡需要懂得數字和形狀！」

山姆胸有成竹，他已經想好另一個例子。

打賭你沒聽過……

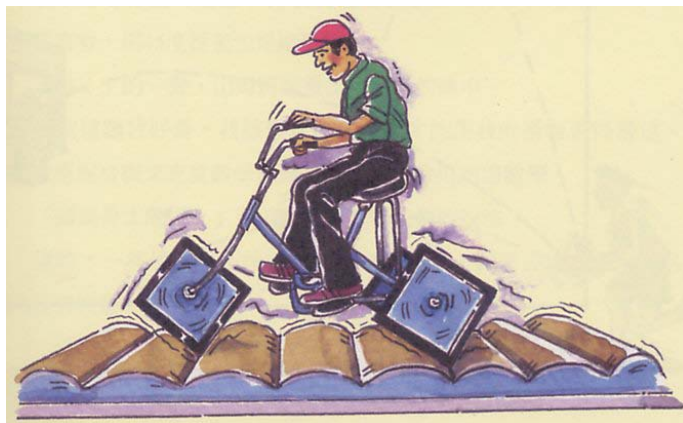
你有聽過方形輪子的腳踏車嗎？一無可取是吧，哈哈！

不過山姆告訴我，偏偏就有一位名叫史坦·瓦根的數學教授，還真的製造出一部方形輪子的腳踏車呢！為了配合這部腳踏車的輪子，他還得特別建造一段專用道路，路面是間隔相等且形狀相同的突起。瓦根教授把這種道路稱為「倒懸拱形路」。所謂的拱形，就是當你兩手各執繩子或鍊子的一端時，繩子或鍊子所形成的形狀。

想像一下，在這種由倒懸拱形所形成的路面，瓦根教授騎著那部輪子怪異的腳踏車前進，一定很有趣！

如果把車輪改成五邊形，當然也可以騎在這種倒懸拱形路上，只不過每一段拱形必須變得比較扁平、長度比較短。如果再換成六邊形車輪的話，拱形就必須更小、更扁平。事實上，當車輪的邊增加，拱形就變得越扁平、越小。想想看，如果讓車輪的邊不斷增加，到最後會變成什麼樣呢？

你猜到了嗎？就是一部圓形輪子的腳踏車，騎在平坦的路上！




97學年度「數學科普讀物心得」

推薦單位與推薦者：基隆市國中數學輔導團 / 許文璋校長

書名	數學大騷動-在意想不到的地方發現數學												
作者/譯者/繪者	作者： 柯拉·李、吉利安·奧瑞立 譯者： 俞璿												
出版社	究竟出版社												
出版年月/版別	2008年6月30日												
頁數													
用途	<input checked="" type="checkbox"/> 學生自行閱讀 <input checked="" type="checkbox"/> 師生共讀與討論 <input type="checkbox"/> 教師自我成長 <input type="checkbox"/> 教學資源參考												
主要內容	<input type="checkbox"/> 數學史 <input checked="" type="checkbox"/> 生活數學 <input checked="" type="checkbox"/> 跨領域連結 <input type="checkbox"/> 學習方法 <input type="checkbox"/> 教學方法 <input type="checkbox"/> 數學解題 <input type="checkbox"/> 數學思考 <input checked="" type="checkbox"/> 數學遊戲 <input type="checkbox"/> 數學繪本 <input type="checkbox"/> 其他												
內容簡介	<p>資源回收箱裡塞滿了數學課本，筆記本和尺，學生在丟，老師也在丟。教我們數學的諾頓老師，正高興的合不攏嘴，我早就知道他討厭教數學...</p> <p>這是《數學大騷動》這本書的開場白。全書從新聞報導學區教育局長雷克先生明令宣佈，學校課程將取消數學這門科目，而且命令即刻生效，這時大街小巷歡聲雷動，「哇，太棒了！我們以後不必再上數學課了。」興奮的言語不絕於耳。雷克先生進一步指出：「孩子們只需要學會基本的四則運算，也就是加減乘除，而這些用計算機就綽綽有餘了，數學沒那麼重要，何必給大家增添額外的壓力呢？」正當大家沉浸在這一片歡樂氣氛時，一位熱愛數學的學生山姆，他深信數學無所不在，每個人隨時隨地跟他一樣都在用數學。為了證明這一點，更為了說服雷克先生恢復數學課程。於是在山姆的引領下，透過公開辯論的方式說明了數學真的隱藏在生活中：運動中有數學，繪畫中有數學，音樂，自然和遊戲中都有數學，原來我們的生活和數學息息相關。</p> <p>本書所提相關數學如下：</p> <table> <tr> <td>組合(樹狀圖)</td> <td>p. 13</td> </tr> <tr> <td>混沌(chaos)</td> <td>p. 16</td> </tr> <tr> <td>自然數.整數.有理數.無理數.虛數</td> <td>p. 21</td> </tr> <tr> <td>等比數列.級數.機率</td> <td>p. 24</td> </tr> <tr> <td>三角形結構</td> <td>p. 26</td> </tr> <tr> <td>不同三角形產生不同的作用</td> <td>p. 29</td> </tr> </table>	組合(樹狀圖)	p. 13	混沌(chaos)	p. 16	自然數.整數.有理數.無理數.虛數	p. 21	等比數列.級數.機率	p. 24	三角形結構	p. 26	不同三角形產生不同的作用	p. 29
組合(樹狀圖)	p. 13												
混沌(chaos)	p. 16												
自然數.整數.有理數.無理數.虛數	p. 21												
等比數列.級數.機率	p. 24												
三角形結構	p. 26												
不同三角形產生不同的作用	p. 29												

大小圓組合產生省力或省時	p. 29
不是圓型的輪子	p. 31
45° 角讓球飛得最遠	p. 33
畢氏學派:和諧比.三角數.平方數.畢氏定理	p. 36
畫中的數學	
簡單棋盤格形是由等邊等角的圖形所組成.	
例如三角形, 正方形和六角形	pp. 42-43
電影特效.動畫	pp. 46-48
透視原理(射影幾何)	p. 54
消失點(無限)	pp. 55-56
音樂中的數學	p. 61
MP3: 32 百萬位元壓縮成只剩下 3 百萬位元	p. 64
隨機切割重組作曲(嘻哈舞曲創作)	p. 69
女數學家希巴提雅(西元前 370~451 年)	
螞蟻蜜蜂推估距離找到回家的路	pp. 74-75
六邊形的蜂房(棋盤格形)可以容納較多的蜂蜜， 建造時所需的蜂蠟比較少，建造起來也比較省力	p. 77
對數螺線(鸚鵡螺)	p. 82
黃金矩形.黃金分割率(Phi)	p. 82
費波那契數列	p. 86
碎形(fractal)	p. 88
費波那契數列的美：一個數字.除以它的前一個數字 例如:2/1=2 , 3/2=1.5 , 5/3=1.667 8/5=1.6 , 13/8=1.625...	
答案會越來越接近黃金分割率這個無理數 1.618..	p. 88
畢達哥拉斯樹的碎形	p. 93
女數學家蘇菲基曼(西元 1776~1837 巴黎)	p. 94
拓樸(橡皮板幾何學)	p. 106
莫比烏斯帶的應用	p. 107
數學家查爾斯·路德維基·道奇森(西元 1832~1898) 是"愛麗斯夢遊仙境"的作者	p. 113
質數與密碼	p. 120
巴斯卡三角形與費波那契數列	p. 125
巴斯卡三角形與二進位	p. 126
巴斯卡三角形與排列組合	p. 129
對稱數	p. 130
數學加司林維薩·羅曼奴贊(西元 1887~1920 印度)	p. 131
1729 是最小的數字能夠用兩組數字，分別以三次方加總得出。 $1729=9^3+10^3=1^3+12^3$	

	<p>等比數列與等比級數 p. 136</p> <p>安德魯·懷爾斯(西元 1953~)證明費馬最後定理 p. 140</p> <p>名詞解釋 pp. 142-149</p>
推薦理由	<p>以上這些數學存在生活周遭何處，是本書最精彩的部分，值得讀者細細品味。</p> <p>全書有許多發人深省的地方，尤其對於從事第一線數學教學的老師們應該感受更深。例如：當宣佈取消數學課程時，幾乎所有學生都是非常興奮的，而且急忙將數學課本丟掉，甚至數學老師也有同樣的反應。為什麼我們學生從小到大學了很多數學，卻不愛數學，對數學的興趣缺缺，而從國際測驗評比中，也發現國內學生學習數學的成就，雖然在全世界名列前茅，但興趣與信心，卻隨著年齡增加而逐漸降低。究竟是什麼原因？是教材？是師資？是考試？是制度？是環境？是家長？還是學生本身……確實值得我們深思檢討。此外，書中提供了許多生活中意想不到的數學應用及數學家的故事，是非常值得在課堂上和學生共同討論，相信一定可以提升學生學習動機。當然這也提醒老師們，教學之餘不忘發揮創意，尋找更多生活中有趣的數學，豐富你的教材。</p> <p>全書作者鋪陳許多精彩趣味的情節，以及巧妙不著痕跡的安排，讓數學彷彿就從你的身邊突然跳出來，告訴你「我就是數學」。這是一本所有學數學的人，教數學的人，喜愛數學的人，討厭數學的人，懂數學的人，不懂數學的人都必看的書，是值得強烈推薦的一本科普好書。</p>

封面/尺寸	
同系列讀物 簡介	<p>從旅遊學數學 作者：曹亮吉 天下文化</p>

附錄——以下是有關課綱微調的一些參考資料

一、「九二綱要」與「九七綱要」修訂條文對照表

製作本表的目的是使老師能快速掌握現行「九二綱要」與修訂「九七綱要」之條文的數目變動情形，例如：可從表中了解到七年級在數與量中的能力指標由 27 條調縮減為 21 條。

年級	數與量		幾何		代數		統計與機率		備註
	現行	修訂	現行	修訂	現行	修訂	現行	修訂	
7	19	15			18	18			
8	8	6	36	21	17	12			
9			11	16	7	4	10	5	
小計	27	21	47	37	42	34	10	5	

製作本表的目的是使老師能快速掌握九二綱要微調的面向與比重，例如：可從表中了解到九二綱要中有 69 條能力指標在微調成九七綱要時被合併了；又可從表中了解到九二綱要的幾何在八年級中的能力指標有 5 條在九七綱要中移動了位置；另最後一系列的「九七新增」微調類別，主要是提供老師了解各主題在九七綱要中的能力指標增加情形。對於較關鍵性的變動條文均彙整在後供老師參考，其餘則參閱「九二綱要」與「九七綱要」之對照表。

微調類別	數與量		幾何		代數			統計與機率	小計
	7年級	8年級	8年級	9年級	7年級	8年級	9年級	9年級	
合併	10	4	24	4	7	8	5	7	69
微調	7	2	6	6	8	3	1	2	35
相同	2	2	0	1	3	6	1	0	15
刪除	0	0	1	0	1	0	0	1	3
移動	0	0	5	0	0	0	0	0	5
九七新增	2	0	4	1	0	0	0	0	7

「九二綱要」微調類別-刪除部分（國中）		
8-s-19	能作出正方形及平行四邊形的圖形。	
7-a-13	能舉出例子，說明一次函數是一種特殊的比例對應關係。	
9-d-03	能利用較理想化的資料說明常見的百分位數，來認識一筆或一組資料在所有資料中的位置。	

「九二綱要」微調類別-移動部分（國中）		
8-s-25	能理解平行四邊形的面積公式。	見小學五年級分年細目 5-s-05
8-s-33	能以最少性質辨認立體圖形。	移至九年級 9-s-13， 9-s-14
8-s-34	能描述複合立體圖形構成要素間的可能關係。	
8-s-35	能計算柱體表面積的問題。	移至九年級 9-s-15
8-s-36	能計算複合立體圖形的體積及表面積問題。	移至九年級 9-s-15

「九七綱要」新增部分（國中）		
7-n-09	能以不等式標示數的範圍或數線上任一線段的範圍。	
7-n-11	能理解同底數的相乘或相除的指數律。	
8-s-14	能用線對稱概念，理解等腰三角形、正方形、菱形、箏形等平面圖形。	
8-s-09	能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。	
8-s-17	能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。	
8-s-18	能從幾何圖形的判別性質，判斷圖形的包含關係。	
9-s-11	能理解正多邊形的幾何性質（含線對稱、內切圓、外接圓）。	

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目
數與量		
7-n-01	能以「正、負」表徵生活中相對的量，並認識負數是性質（方向、盈虧）的相反。	7-n-04 能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。
7-n-02	能認識如 5 及 -5 在數線上的相對位置。	7-n-08 能理解數線，數線上兩點的距離公式，及能藉數線上數的位置驗證數的大小關係。
7-n-03	能在數線上判別整數的大小。	
7-n-04	能在數線上操作簡單的描點，如 -3、 $(-2)+5$ 、 $(-4)\times 2$ 等，並介紹兩點在數線上的間隔。	
7-n-05	能認識絕對值符號，並理解絕對值在數線上的圖義。	
7-n-06	能用絕對值的符號表示數線上兩點間的間隔（距離）。	7-n-05 能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。
7-n-07	能運算絕對值並熟練其應用。	7-n-07 能熟練數的運算規則。
7-n-08	能判別兩數加、減、乘、除的正負結果並算出其值。	
7-n-09	能理解質數的意義，並認識 100 以內的質數。	7-n-01 能理解質數的意義，並認識 100 以內的質數。
7-n-10	能理解因數、質因數、倍數、最大公因數和最小公倍數，並熟練質因數分解的計算方法。	7-n-02 能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。
7-n-11	能以最大公因數、最小公倍數熟練運用至約分、擴分、最簡分數的計算。	7-n-03 能以最大公因數、最小公倍數熟練約分、擴分、最簡分數及分數加減的計算。
7-n-12	能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。	7-n-06 能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。
		新增 7-n-09 能以不等式標示數的範圍或數線上任一線段的範圍。
7-n-13	能理解底數為整數且指數為非負整數的運算，如 $3^2 \times 3^4 = 3^6$ 、 $(-5)^2 = 25$ 、 $3^0 = 1$ 等。	7-n-10 能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目
7-n-14	能理解底數為分數且指數為非負整數的計算。	
		新增 7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律。
7-n-15	能用以十為底的指數表達大數或小數（包括日常生活長度、重量、容積等單位，如奈米、微米、公分或厘米、公尺或米、...）。	7-n-12 能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。
7-n-16	能理解比例的意義（以實例說明正比、反比關係的意義）。	7-n-13 能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。
7-n-17	能熟練比例式的基本運算（含 $a:b=c:d \Rightarrow a/b=c/d$ ； $a:b=c:d \Rightarrow ad=bc$ ； $a:b=c:d \Rightarrow a=bk, c=dk$ ； $a/b=c/d \Rightarrow ad=bc$ ； $a/b=c/d \Rightarrow a=bk, c=dk$ ；比的化簡）。	7-n-14 能熟練比例式的基本運算。
7-n-18	能理解連比和連比例的意義。	
7-n-19	能熟練連比例式的應用，如單位換算、三角形面積與邊長或圓面積與半徑間的變化關係。	7-n-15 能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。
8-n-01	能理解二次方根的意義。	8-n-01 能理解二次方根的意義及熟練二次方根的計算。
8-n-02	能求二次方根的近似值。	8-n-02 能求二次方根的近似值。
8-n-03	能理解二次方根最簡式的意義，並做化簡。	
8-n-04	能理解二次方根的加、減、乘、除規則。	8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。
8-n-05	能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。	8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。
8-n-06	能觀察出等差數列的規則性。	8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。
8-n-07	能利用首項、公差計算出等差數列的每一項。	
8-n-08	能由觀察和推演，導出等差級數的公式，從理解公式到解題，並能活用於日常生活。	8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目
幾何		
8-s-01	能認識生活中的平面圖形（三角形、四邊形、多邊形及圓形）。	8-s-01 能認識一些簡單圖形及其常用符號，如點、線、線段、射線、角、三角形的符號。 8-s-02 能理解角的基本性質。
8-s-02	能認識並定義簡單幾何圖形的點、線、角（含符號： $\angle ABC$ 、 \overline{AB} ）。	
8-s-03	能認識圓形的定義及相關名詞（圓心、半徑、弦、直徑、弧、弓形、圓心角、扇形）。	8-s-20 能理解與圓相關的概念（如半徑、弦、弧、弓形等）的意義。
8-s-04	能認識尺規作圖。	8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。
8-s-07	能熟練基本尺規作圖。	
8-s-19	能作出正方形及平行四邊形的圖形。	刪除
8-s-05	能利用直角定義兩直線互相垂直，以及利用垂直於同一直線定義兩直線互相平行。	8-s-02 能理解角的基本性質。 8-s-04 能認識垂直以及相關的概念。 8-s-05 能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。
8-s-06	能具體說明兩平行線間距離處處相等。	
8-s-08	能認識平行線的基本性質。	
8-s-21	能理解平行線截線性質：兩平行線同位角相等；同側內角互補；內錯角相等。	
8-s-22	能理解平行線的判別性質。	
8-s-09	能以最少性質辨認三角形。	
8-s-11	能理解特殊三角形的定義。	8-s-10 能理解三角形的基本性質。 8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。
8-s-12	能理解三角形的基本性質。	
8-s-13	能理解特殊三角形的性質。	
8-s-16	能理解三角形邊角關係。	
8-s-17	能理解四邊形的基本性質。	
8-s-18	能理解特殊四邊形的定義。	8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。
8-s-10	能理解平面圖形線對稱的意義。	
		新增 8-s-14 能用線對稱概念，理解等腰三角形、正方形、菱形、箏形等平面圖形。

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目
8-s-14	能以尺規作圖理解兩個三角形全等的意義。	8-s-07 能理解三角形全等性質。
8-s-15	能理解三角形全等的性質。	
8-s-20	能由面積的關係導出直角三角形三個邊的關係。	8-s-08 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。
8-s-23	能理解平行四邊形的意義與性質。	8-s-13 能理解平行四邊形及其性質。
8-s-24	能理解平行四邊形的判別性質。	
8-s-25	能理解平行四邊形的面積公式。	見小學五年級分年細目 5-s-05
8-s-26	能理解梯形的意義與性質 (包含梯形中線性質)。	8-s-15 能理解梯形及其性質。
8-s-27	能利用三角形內角和為 180 度的性質解決多邊形內角和、與外角和定理的問題。	8-s-03 能理解凸多邊形內角和以及外角和公式。
		新增 8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。
8-s-28	能辨識一個敘述及其逆敘述間的不同。	8-s-16 能舉例說明，有一些敘述成立時，其逆敘述也會成立；但是，也有一些敘述成立時，其逆敘述卻不成立。
8-s-29	能利用平面圖形的性質解決周長問題。	8-s-21 能理解弧長的公式以及扇形面積的公式。
8-s-30	能利用圓的性質解決扇形面積問題。	
8-s-31	能描述複合平面圖形構成要素間的可能關係。	8-s-19 能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。
8-s-32	能計算複合平面圖形的周長及面積問題。	
8-s-33	能以最少性質辨認立體圖形。	移至九年級 9-s-13，9-s-14
8-s-34	能描述複合立體圖形構成要素間的可能關係。	
		新增 8-s-17 能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。
		新增 8-s-18 能從幾何圖形的判別性質，判斷圖形的包含關係。

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目
8-s-35	能計算柱體表面積的問題。	移至九年級 9-s-15
8-s-36	能計算複合立體圖形的體積及表面積問題。	移至九年級 9-s-15
9-s-01	能根據平行線截線性質作推理。	9-s-04 能理解平行線截比例線段性質及其逆敘述。
9-s-04	能理解平行線截比例線段性質。	
9-s-02	能對簡單的相似多邊形指出對應邊成比例、對應角相等性質。	9-s-01 能理解平面圖形縮放的意義。 9-s-02 能理解多邊形相似的意義。
9-s-03	能理解三角形的相似性質。	9-s-03 能理解三角形的相似性質。
9-s-05	能利用相似三角形對應邊成比例的觀念，應用於實物的測量。	9-s-05 能利用相似三角形對應邊成比例的觀念解應用問題。
9-s-06	能理解直線與圓及兩圓的關係。	9-s-07 能理解直線與圓及兩圓的關係。
9-s-07	能理解圓的相關性質。	9-s-06 能理解圓的幾何性質。
9-s-08	能理解三角形外心的定義和相關性質。	9-s-08 能理解多邊形外心的意義和相關性質。
9-s-09	能理解三角形內心的定義和相關性質。	9-s-09 能理解多邊形內心的意義和相關性質。
9-s-10	能理解三角形重心的意義和相關性質。	9-s-10 能理解三角形重心的意義和相關性質。
9-s-11	能以三角形和圓的性質為題材來學習推理。	9-s-12 能認識證明的意義。
		新增 9-s-11 能理解正多邊形的幾何性質（含線對稱、內切圓、外接圓）。
		從8年級移過來 9-s-13 能認識線與平面、平面與平面的垂直關係與平行關係。
		從8年級移過來 9-s-14 能理解簡單立體圖形。
		從8年級移過來 9-s-15 能理解簡單立體圖形的展開圖，並能利用展開圖來計算立體圖形的表面積或側面積。

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目
		從8年級移過來 9-s-16 能計算直角柱、直圓柱的體積。
代數		
7-a-01	能由命題中用 x 、 y 等符號列出生活中的變量，並列成算式。	7-a-02 能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。
7-a-02	能嘗試以代入法或枚舉法求解，並檢驗解的合理性。	7-a-01 能熟練符號的意義，及其代數運算。
7-a-03	能熟練符號的代數操作。	
7-a-04	能由具體情境中列出一元一次方程式，並理解其解的意義。	7-a-03 能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。
7-a-09	能由具體情境中描述解的意義。	
7-a-05	能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。	7-a-04 能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。
7-a-06	能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。	7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。
7-a-07	能由具體情境中列出一元一次不等式。	7-a-15 能理解不等式的意義。
7-a-08	能利用移項法則在數線上找出一元一次不等式的解。	7-a-16 能由具體情境中列出簡單的一元一次不等式。
7-a-09	能由具體情境中描述解的意義。	7-a-17 能解出一元一次不等式，並在數線上標示相關的線段。
		7-a-18 能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y=cx+d$ 的範圍，並在數線上圖示。
7-a-10	能由具體情境中列出二元一次方程式，並理解其解的意義。	7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。
7-a-11	能運用直角座標系來標定位置。	7-a-11 能理解平面直角坐標系。
7-a-12	能認識變數與函數。	7-a-09 能認識函數。 7-a-10 能認識常數函數及一次函數。
7-a-13	<u>能舉出例子，說明一次函數是一種特殊的比例對應關係。</u>	刪除
7-a-14	能在直角座標平面上描繪一次函數的圖形。	7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。
7-a-15	能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。	7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目	
7-a-16	能由具體情境中列出二元一次聯立方程式，並能理解其解的意義。	7-a-07	能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。
7-a-17	能在直角座標平面上認識二元一次聯立方程式的解。	7-a-14	能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。
7-a-18	能熟練使用消去法解二元一次聯立方程式。	7-a-08	能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。
8-a-01	能熟練二次式的乘法公式，如 $(a+b)^2$ 、 $(a-b)^2$ 、 $(a+b)(a-b)$ 、 $(a+b)(c+d)$ 。	8-a-01	能熟練二次式的乘法公式。
8-a-02	能理解簡單根式的化簡及有理化。	8-a-02	能理解簡單根式的化簡及有理化。
8-a-03	能認識多項式及相關名詞。	8-a-03	能認識多項式及相關名詞。
8-a-04	能熟練多項式的加法和減法。	8-a-04	能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。
8-a-05	能熟練多項式的乘法（利用分配律及直式算法來計算）。		
8-a-06	能熟練多項式的除法（如長除法、分離係數法等）。		
8-a-07	能理解勾股定理（商高定理）。	8-a-05	能理解畢氏定理（Pythagorean Theorem）及其應用。
8-a-08	能由簡單面積計算導出勾股定理。		
8-a-09	能理解勾股定理的應用。		
8-a-10	能理解因式、倍式、公因式與因式分解的意義。	8-a-06	能理解二次多項式因式分解的意義。
8-a-11	能利用提出公因式與分組分解法分解二次多項式。	8-a-07	能利用提公因式法分解二次多項式。
8-a-12	能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。	8-a-08	能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。
8-a-13	能在具體情境中認識一元二次方程式，並理解其解的意義。	8-a-09	能在具體情境中認識一元二次方程式，並理解其解的意義。
8-a-14	能利用因式分解來解一元二次方程式。	8-a-10	能利用因式分解來解一元二次方程式。
8-a-15	能利用配方法解一元二次方程式。	8-a-11	能利用配方法解一元二次方程式。
8-a-16	能認識判別式，並利用公式解來解一元二次方程式。		

92.11.14 現行綱要分年細目		97.03.31 修訂綱要分年細目	
8-a-17	能利用一元二次方程式解應用問題。	8-a-12	能利用一元二次方程式解應用問題。
9-a-01	能以具體情境來理解二次函數的意義。	9-a-01	能理解二次函數的意義。
9-a-02	能理解二次函數的樣式並繪出其圖形。	9-a-02	能描繪二次函數的圖形。
9-a-03	能利用配方法繪出二次函數的圖形。		
9-a-04	能計算二次函數的最大值或最小值。	9-a-03	能計算二次函數的最大值或最小值。
9-a-05	能應用二次函數最大值與最小值的簡單性質。	9-a-04	能解決二次函數的相關應用問題。
9-a-06	能理解二次函數的圖形與拋物線的概念。		
9-a-07	能理解拋物線的線對稱性質。		
統計與機率			
9-d-01	能將原始資料整理成次數分配表，並製作統計圖形，來顯示資料蘊含的意義。	9-d-01	能將原始資料整理成次數分配表，並製作統計圖形，來顯示資料蘊含的意義。
9-d-02	能理解百分位數的概念，認識第 10、25、50、75、90 百分位數，並製作盒狀圖。	9-d-04	能認識百分位數的概念，並認識第 10、25、50、75、90 百分位數。
9-d-03	<u>能利用較理想化的資料說明常見的百分位數，來認識一筆或一組資料在所有資料中的位置。</u>	刪除	
9-d-04	能認識平均數、中位數與眾數均可以某個程度地表示整筆資料集中的位置。	9-d-02	認識平均數、中位數與眾數。
9-d-05	能認識平均數、中位數與眾數在不同狀況下，被使用的需求度有些微的差異。		
9-d-06	能認識全距，並理解全距大小的意義。	9-d-03	能認識全距及四分位距，並製作盒狀圖。
9-d-07	能認識第 1、2、3 四分位數，及四分位距。		
9-d-08	能理解當存在少數特別大或特別小的資料時，四分位距比全距更適合來描述整組資料的分散程度。		
9-d-09	能以具體情境介紹機率的觀念。	9-d-05	能在具體情境中認識機率的觀念。
9-d-10	能進行簡單的實驗以了解抽樣的不確定性、隨機性質等初步概念。		

三、國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域國中組 Q&A

Q1：對於質數的辨識是否有何注意事項？

A1：依據 7-n-01 細目詮釋，能理解質數與合數的定義，並能檢驗 100 以內的任何數，哪些是質數，哪些是合數。另能理解埃拉托賽尼(Eratosthenes)的方法，找出小於 100 的所有質數。

Q2：對於因、倍數初期概念的建立是否要延伸至負數？

A2：依據 7-n-02 的細目詮釋，以在正整數的範圍中能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數的意義以及質因數分解。

Q3：是否有特別指定要將計算結果化為最簡分數？

A3：依據 7-n-03 的細目詮釋，應鼓勵並建議學生在計算過程中要視有無需要，來決定是否要將計算過程的分數化為最簡分數。然而測驗時，除非有特別指定要將計算結果化為最簡分數，否則所有相對應之等值分數仍宜視為正確。

Q4：絕對值為何不採取嚴謹的定義？

A4：依據 7-n-05 的細目詮釋，在國一階段學習絕對值應採用較直接且直觀的方式教學較佳，例如：定義一個正數的絕對值就是它自己，一個負數的絕對值就是把它的負號去掉後的數，而 0 的絕對值還是 0。

Q5：國一在數線的教學時，是否需要介紹中點的坐標公式？

A5：依據 7-n-08 的細目詮釋，數線是學生首次學習代數與幾何結合的題材，教學上應包括這類的題材，例如：求 a 、 b 兩點中點的坐標。在這裡只需以實例來說明，如：求 -5 和 10 中點的坐標，暫時不需要導出 a 、 b 兩點中點的坐標公式。

Q6：為什麼需要強調科學記號的乘除運算？

A6：依據 7-n-12 的細目詮釋，雖然科學記號表示法可以應用在任何正數的運算，但是科學記號之所以重要，在於我們能用它表示很大的數和很小的數，因此教學時，宜以強調彼此的倍數關係為主。

Q7：如何培養學生做比例問題的直覺概念？

A7：依據 7-n-13 的細目詮釋，比、比例式常用來表明數量間的比例關係，與其關係密切的有比值、倍數的概念。例如： A 的數量： B 的數量 = 3:2 的比例式，一方面表示，當 A 的數量做倍數的增減時， B 的數量也會呈現同樣的倍數的增減。另外一方面， A 的數量和 B 的數量關係是 A 的數量 = B 的數量 \times (3/2) 亦即， A 的數量是 B 的數量的 3/2 倍。

Q8：繁分數的教學重點為何？

A8：依據 7-n-15 的細目詮釋，在國中階段不宜出現過於繁複之繁分數計算，建議將重點放在理解繁分數計算與分數除法計算之關係。亦即宜將繁分數計算轉換回分數除法，再來計算，避免直接套用算則。

Q9：如何幫助學生透過等量公理來理解移項法則？

A9：依據 7-a-04 的細目詮釋，透過生活經驗中「對等量之物做相同之運作仍會等量」的觀念，進而理解移項法則。

Q10：為什麼在第一次介紹函數時，不強調嚴謹性的數學定義？

A10：依據 7-a-09 的細目詮釋，應該多從生活的實例來介紹，什麼數量是什麼數量的函數，比較嚴謹性的數學定義是要留待高中以後再教。又由於函數關係較抽象，教學上應避免在一開始就引入較抽象又沒有用處的 $y=f(x)$ 符號，也應避免做過份抽象的定義。只要學生能從個例中，先熟悉常數函數、一次函數與二次函數的種種計算、性質與圖形，可以到國中最後再總結這些經驗，引入 $y=f(x)$ 的符號。

Q11：二元一次聯立方程式解的幾何意義的討論範圍有何限制？

A11：依據 7-a-14 的細目詮釋，建議在七年級只處理會相交且只有一個交點的情況，其餘的情況可不在國中處理。

Q12：根式的化簡原則為何？

A12：依據 8-n-03 的細目詮釋，化簡是指每一項中只有分子含有根號，且根號中的正整數不含完全平方數的因數。

Q13：國中階段是否要處理凹多邊形？

A13：依據 8-s-01 的細目詮釋，國中階段只處理凸多邊形。

Q14：線對稱的教學重點為何？

A14：依據 8-s-06 的細目詮釋，能利用線對稱的概念，理解平面圖形的幾何性質，如等腰三角形的對稱軸是其底邊的高，由此得到等腰三角形的兩底角相等，而高也是其頂角的分角線，也是底邊的中垂線。另 8-s-14 的細目詮釋，能利用三角形全等性質說明這些線對稱的特性。

Q15：符號 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 是否表示 A, B, C 的對應點分別為 D, E, F ？

A15：依據 8-s-07 的細目詮釋，符號 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 不一定表示 A, B, C 的對應點分別為 D, E, F 。

Q16：尺規作圖的作法如何評量？

A16：依據 8-s-11 的細目詮釋，在每一尺規作圖應能明確的說明此尺規作圖的原理，這種說明在教學上是必須的，但可以不作評量。

Q17：為什麼不要求學生能對一幾何問題的證明寫一完全的推理說明？

A17：依據 8-s-17 的細目詮釋，僅要求在幾何推理的教學中，要讓學生能寫出有些步驟所依據的是什麼原理。

Q18：在多項式因式分解時，常數因式應如何處理？

$$\begin{aligned} A18：依據 8-s-17 的細目詮釋，例： & 2x^2 - 2x - 4 = (x-2)(2x+2) \cdots(1) \\ & = (2x-4)(x+1) \cdots(2) \\ & = 2(x-2)(x+1) \cdots(3) \end{aligned}$$

以上(1)、(2)、(3)均是正確答案。

Q19：利用等量公理解一元二次方程式的意義為何？

A19：依據 8-a-10 的細目詮釋，如 $(x-1)(x+3)=3(x+3)$ 由方程式兩邊知若 $x+3=0$ ，即

$x=-3$ ，則等式兩邊都為 0，所以 $x=-3$ 為一解。若 x 為不等於 -3 的解，因為 $x+3 \neq 0$ ，兩邊同除以 $x+3$ ，得 $x-1=3$ ， $x=4$ ，因此 $x=-3、4$ 為方程式的解。由等量公理來解上述二次方程式，一方面等量公理較自然，另一方面討論解的性質，再來解方程式是邏輯推理很重要的訓練。

Q20：國中階段如何解分式方程？

A20：依據 8-a-10 的細目詮釋，國中階段可以用二次方程式的解來解分式方程，但須在具體情

境下，例如：要求分式方程 $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{20}$ 之解時，

$$\text{合併項得 } \frac{x+2-(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{20}$$

$$\text{即 } \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{20}$$

$$\text{得 } (x+1)(x+2) = 20$$

$$\text{解得 } x = 3、-6$$

注意要驗算作為分母的 $x+1$ 、 $x+2$ 是否會為 0。

Q21：配方法的教學重點為何？

A21：依據 8-a-11 的細目詮釋，應讓學生理解並熟練配方法的過程，切勿只讓學生背誦公式而已。另 x^2 項的係數為 1 為主，其題型依 1 次項係數為奇偶數來區分。在熟練配方法之後，學習以配方法導出一元二次方程式的公式解，並由判別式知道一元二次方程式解的性質為兩相異根，或重根，或無解。

Q22：為什麼國中階段要求學生能由推理來理解平面圖形的縮放性質？

A22：依據 9-s-01 的細目詮釋，因為在 6-s-02（小學），已要求能在直觀上認識縮放對長度、角度的影響。

Q23：如何說明多邊形相似的意義？

A23：依據 9-s-02 的細目詮釋，能理解兩個平面圖形，若其中一個經過縮放動作後，和另一個圖形全等，則稱這兩個平面圖形相似。此時，這兩個平面圖形之對應角相等，且對應邊長成比例。

Q24：當記錄 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 時，是否表示 A 、 B 、 C 的對應點一定分別是 D 、 E 、 F ？

A24：依據 9-s-02 的細目詮釋，當記錄 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 時，並不表示 A 、 B 、 C 的對應點一定分別是 D 、 E 、 F 。

Q25：國中階段是否要介紹內角平分線比例性質？

A25：依據 9-s-05 的細目詮釋，可將該性質視為相似三角形對應邊成比例的應用。

Q26：如何說明多邊形的外心？

A26：依據 9-s-08 的細目詮釋，若一多邊形的頂點都落在一個圓上，則稱此圓為此多邊形的外接圓，而外接圓的圓心稱為此多邊形的外心。

Q27：如何說明多邊形的內心？

A27：依據 9-s-09 的細目詮釋，多邊形內切圓的圓心稱為此多邊形的內心。

Q28：何謂證明？

A28：依據 9-s-12 的細目詮釋，數學證明是由已知條件或已經確定是正確的性質來推導出某些結論。因此學生在學習時，應將每一步驟所根據的理由適切地表達出來。又證明並不侷限於幾何推理，也可以包括代數或數與量的推理。教學僅要讓學生初步認識證明的意義，因此推理的步驟以二、三個步驟為限。

Q29：初次學習線與平面、平面與平面的垂直關係與平行關係時，如何以直觀且可操作為教學之重點？

A29：依據 9-s-13 的細目詮釋，如同直角三角板是檢查平面上兩線垂直或平行的方便工具，我們將用長方體來檢查兩平面垂直或平行，一直線與一平面垂直。

Q30：國中階段有關立體圖形展開圖的教學重點為何？

A30：依據 9-s-15 的細目詮釋，國中階段只處理直角柱、直圓柱、直圓錐與正角錐之展開圖，且避免從過於複雜的展開圖反推原有的立體圖形。又能利用展開圖來計算長方體表面上兩點之最短距離。

Q31：在已分組的統計資料中是否要討論眾數？

A31：依據 9-d-02 的細目詮釋，眾數是次數最高的一個或一組資料值。

Q32：國中階段有那些是統計教學應注意的事項？

A32：依據 9-d-04 的細目詮釋，國中統計之教學首重原理的理解，由於資料眾多又離散，許多統計量都只有近似的意義，教師在評量時，應儘量避免在不精確的資料情境下，詢問需精確回答的問題。