

數學好題

註:這個題目原載於數學王子的家

2000/11/26	作作 $\angle APX=2\angle BPY$ 的問題
-------------------	---------------------------------

<http://euler.tn.edu.tw/think47.htm>

作法:

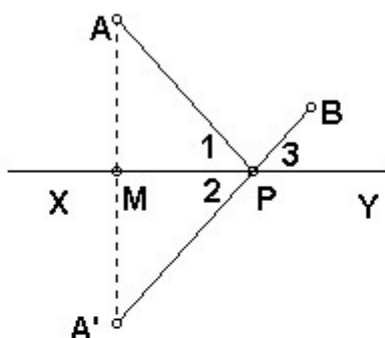
**問題**

在直線XY的同側有二點A、B，請問要如何才能找到一點P，使得:

- (1) $\angle APX = \angle BPY$
- (2) $\angle APX = 2\angle BPY$

●學生想法與作法：**1 想法：****(1) $\angle APX = \angle BPY$**

老師曾經說過「對頂角會相等」，因此作A'，使得A'為A為直線XY的對稱點，連A'B交直線XY於P，則P即為所求。



【理由】：

1 $\because \triangle AMP \cong \triangle A'MP (90^\circ, AM=A'M, PM=PM)$

所以 $\angle 1 = \angle 2$

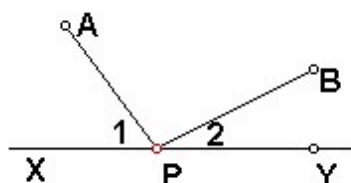
2 又因 $\angle 2 = \angle 3$ ，故 $\angle 1 = \angle 3$ 。

2.那麼第2題該怎麼畫才正確呢？

【思考】

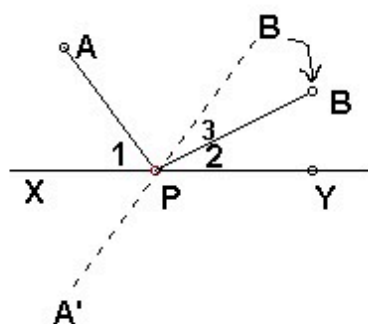
1 如果這點P已經找到了，那麼圖形應該是什樣子？

如圖：



而且 $\angle 1 = 2\angle 2$

2 利用第 1 題的經驗，我們把兩個圖形重疊一下，

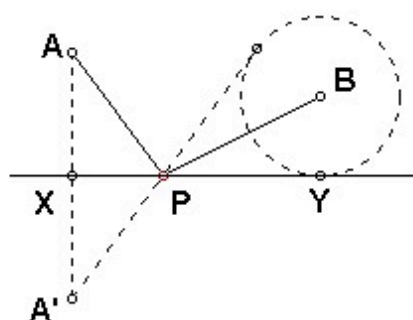


我們發現B點往下移動了，同時 $\angle 2$ 應該會等於 $\angle 3$

換句話說，BP是一條平分線！

3 如何才能達成這個目的呢？

我們利用「切線」來達成，作法如下：



(1)以B點為圓心，B點到直線距離為半徑，作一個圓。

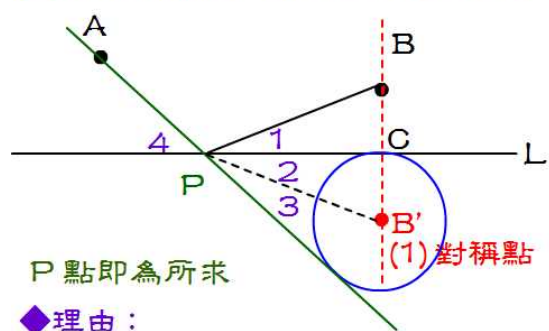
(2)作A的對稱點A'

(3)過A'作圓的切線，並設此切線交直線XY於P，

則P即為求。

葉老師上課時的作法: (意義相同)

(3) 自 A 作圓 B' 的切線, 交 L 於 P



P 點即為所求

◆理由:

$\angle 1 = \angle 2$ (2) 以 B' 為圓心

$\angle 2 = \angle 3$ B'C 為半徑

$\angle 4 = 2 \angle 3$ 畫一個圓

$\therefore \angle 4 = 2 \angle 1$