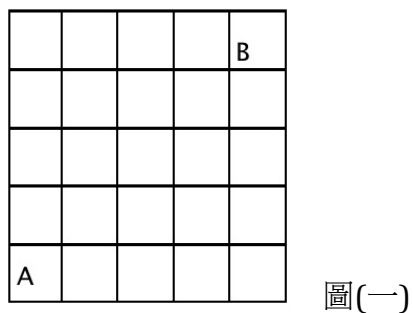


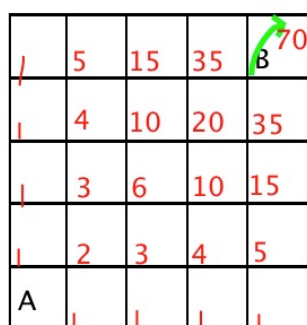
數學好題

1. 請問如下圖(一)，從 A 點(1,1)走到 B 點(4,4)可能有多少種走法?



作法 1:

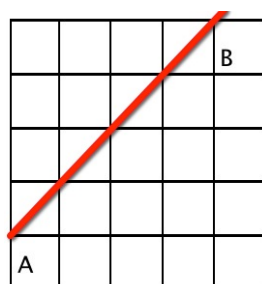
利用加法原理，如下圖可得路徑數為 70。



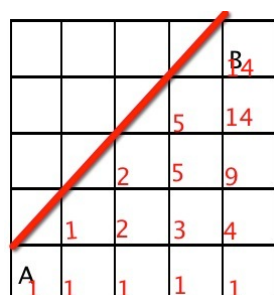
作法 2:

利用「組合」，路徑數共有  $\frac{8!}{4!4!} = \frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 70$

◆類題: 若路徑不可以碰到紅色的直線，請問有多少種走法?



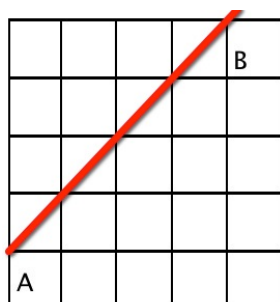
解: 作法同上，如下圖，共 14 種。



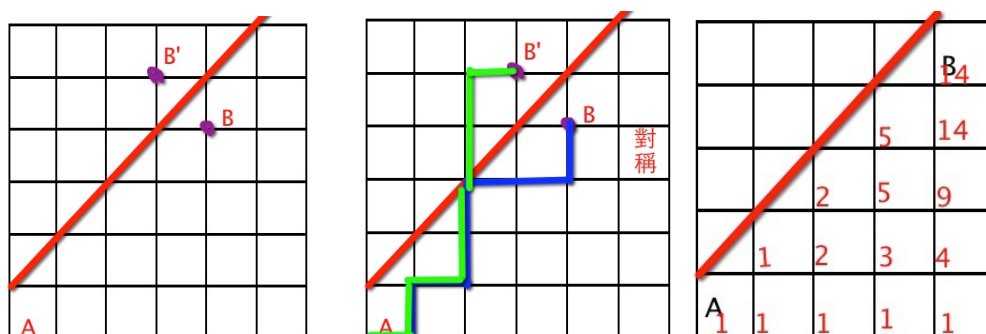
**【推廣】**

當 B 點數字變大時，如(100,100)，用加法原理就不是很好處理，有沒有快一點的方法？

例：計算 A 點到 B 點的路徑(不可以碰到紅色直線)？



將 B 點作直線的對稱點 B'.



由右圖，我們發現：A 點到 B 點的路徑中，所有碰到直線的路徑之總數恰為 A 點到 B' 點的路徑總數。

**【理由：因為碰到直線之後，到 B 點的路徑與到 B' 點的路徑會出現對稱的狀況】**

因此 A 點到 B 點，不碰到直線的總路徑數

$$= \text{A 點到 B 點的總路徑數} - \text{A 點到 B' 點的總路徑數}$$

$$= \frac{8!}{4!4!} - \frac{8!}{3! \times 5!} = 70 - 56 = 14$$

2. 請問 3 個以上(含)的文字相乘，利用結合律，共有多少種表示法？

解：

三個文字  $a \times b \times c = (a \times b) \times c$       共有二種表示法。  
 $a \times b \times c = a \times (b \times c)$

$a \times b \times c \times d = (a \times b) \times (c \times d)$   
 $a \times b \times c \times d = ((a \times b) \times c) \times d$   
 四個文字  $a \times b \times c \times d = (a \times (b \times c)) \times d$       共有五種表示法。  
 $a \times b \times c \times d = a \times ((b \times c) \times d)$   
 $a \times b \times c \times d = a \times (b \times (c \times d))$

事實上，本題的作法就像是第 1 題中推廣題一般，如下圖：

		5個文字		
	4個文字			B 4
3個文字			5	14
		2	5	9
	1	2	3	4
A	1	1	1	1