數學猜想---考拉茲猜想

考拉茲猜想（Collatz conjecture），又稱為 3n＋1 猜想、冰雹猜想、角谷猜想、哈塞猜想、烏拉姆猜想或敘拉古猜想，是指對於每一個正整數，如果它是奇數，則對它乘 3 再加 1，如果它是偶數，則對它除以 2，如此循環，最終都能夠得到 1。

$$f(n)=\begin{cases}\dfrac{n}{2} & \text{if } n\equiv 0 \pmod 2\\ 3n+1 & \text{if } n\equiv 1 \pmod 2\end{cases}\qquad \forall n>1\ \ n\in \mathrm{N}$$

■人

在1930年代，德國漢堡大學的學生考拉茲，曾經研究過這個猜想，因而得名。

在1960年，日本人角谷靜夫也研究過這個猜想(所以也稱之為「角谷猜想」)。

■事

$$f(n)=\begin{cases}\dfrac{n}{2} & \text{if } n\equiv 0 \pmod 2\\ 3n+1 & \text{if } n\equiv 1 \pmod 2\end{cases}\qquad \forall n>1\ \ n\in \mathrm{N}$$

目前有人利用分布式計算(意思是讓不同的使用者可以利用自己的電腦來協助計算)在進行驗證，至2010/12/27止，已驗證正整數到 2,367,363,789,863,971,985,761，也仍未有找到例外的情況。但是這並不能夠證明對於任何大小的數，這猜想都能成立。

■證明

**在網路上可找到一篇宣稱已證明「考拉茲猜想」的文章，尚未能斷定其是否得證，該文收錄於下：網址 http://big5.ifeng.com/gate/big5/blog.ifeng.com/article/18336458.html**

羅莫獨立完成的《用河圖洛書原理破解了考拉茲猜想》已經發表在國家數學學術期刊《數學學習和研究》2012年6月的11期上。

用河圖洛書原理破解了**考拉茲猜想**　　　　文/羅莫

河圖洛書隱含了破解哥德巴赫猜想的金鑰，同樣也隱藏了破解考拉茲猜想（角穀猜想）的金鑰，我們來看考拉茲猜想的運算式：

$$f(n)=\begin{cases}n/2 & \text{if } n\equiv 0\\ 3n+1 & \text{if } n\equiv 1\end{cases}\pmod 2 \qquad (1)$$

這個運算式是指對於每一個正整數，如果它是奇數，則對它乘3再加1，如果它是偶數，則對它除以2，如此迴圈，最終都能夠得到1。

也就是說常數1、2、3通過相應的四則運算就可以得到任意正整數。這個運算式體現了當偶數給定數的模數是2，奇數給定數的模數是3，且餘數都是0時所得到任意解以及過渡數的並集，乃是正整數全集。也就是說可以不斷被2整除的偶數同可以不斷被3整除的奇數所得到的並集是正整數子集，其餘皆為過渡數，非2倍數交給3整除，非3倍數交給2整除，這個過渡數恰好是該子集的補集。為什麼這樣的描述會同上列運算式等價呢？我們來看。

$$f(n) = \begin{cases} n/3 & \text{if } n \equiv 0 \\ 2n+1 & \text{if } n = 1 \\ 2n-1 & \text{if } n = 2 \end{cases} \pmod 3 \qquad (2)$$

當模數是3時，考拉茲所描述的現象會同樣發生，兩個運算式實際上是等價的。

以下是幾個實例，取任意正整數代入運算式（1）：

n = 6 則6 → 3 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

n = 11 則11 → 34 → 17 → 52 → 26 → 13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

n = 9　則9 → 28 → 14 → 7 → 22 → 11 → 34 → 17 → 52 → 26 → 13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

若一個數列進入1之後，再繼續套用此規則，會得到一個“1 → 4 → 2 → 1 → ”的迴圈；另外若在某步進入某個2的次方的話，則很明顯地最終一定會到1。

此猜想已被證實直到n = 6X2的58次方 為止都是正確的，尚未找到反例。

同樣，模數是3時也會出現相同的情況，取任意正整數代入運算式（2）：

n = 6 則6 → 2 → 3 → 1

n = 12則4 → 9 → 3 → 1

n = 11則21→ 7 → 15 → 5 → 9 → 3 → 1

考拉茲猜想的本質意義是，在元數1的基礎上，僅通過借助係數2和3來進行四則運算，便足可得到任意自然數。這個問題可通過河圖洛書原理來證明。

我們來看洛書：

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

這是一個橫、豎、斜線相加都等於15的一個美妙數格，它的意義不僅僅限於此，它實際上隱含了一個秘密，那就是1、2、3與所有自然數的秘密，難怪老子說3生萬物了。為了感謝角穀對此問題的研究，我把洛書四個角上的數字叫角數，中間的馬鞍部分數位叫穀數。大家來看角數，逆時針旋轉分別是2、4、8、6，它實際上是2不斷乘以2得到的所有自然數的個位數，再來看穀數，順時針旋轉分別是3、9、7，1，它實際上是3不斷乘以3得到的所有自然數的個位數。中央數5和0可以由1和2相除得到，1和3相除得到3，已經在穀數中具備，當把1看成奇數時，1除以2可得到5，當把1看成偶數時即10時，2乘以5得到10，即尾數0，1除以3則可不斷得到尾數3，1可以通過2或3自除得到，可見在生成10進制自然數尾數的時候，通過自除自乘就可以得到任意自然數的尾數了，這是數位產生的最基本規則。我們知道10進制的自然數就能夠進行可窮分類為10大類，它們的個位數分別是1、2、3、4、5、6、7、8、9、0，任意自然數通過四則運算可以得到最基礎數1、2、3，考拉茲猜想描述了任意10進制數與這三個數的關係，而洛書原理恰恰表達了，2和3以自乘自除的方式就足以得到10進制的所有個位數。重複相乘相除一個數是自數，或者說，首項是比數的等比數列叫自數；重複相減相加一個數是鄰數，或者說，首項是差數的等差數列叫鄰數。自然數集就是1鄰數，梅森素數就是首個可緊致區分的素數冪次方自數和首個可緊致識別的鄰數之結合體。

我們再來看河圖：

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 6 | | |
| | | 1 | | |
| 9 | 4 | 5、10 | 3 | 8 |
| | | 2 | | |
| | | 7 | | |

看得出來洛書是一個求多維空間數的口訣圖，而河圖則是一個求一維空間數的口訣圖，它以螺旋的方式存在，繞過了多維空間的特徵，卻包含了多維空間的特徵，一維空間即低維空間之所以比多維空間即高維空間重要，是因為先天空間必後天空間重要。河圖是一個以1單位為間距的等差數列，洛書的螺旋方式則不是這樣，河圖是單螺旋，洛書則是雙螺旋，一個順時針一個逆時針，洛書以2和3為規則數，通過自乘獲得的不同個位數逆旋和順旋，來體現多維空間數的秘密，河圖的對等相加都是素數，相鄰相加也是素數，17以內所有的素數都可以通過有規則的相加獲得。因此它是揭示純一維空間秘密的，洛書是一個螺旋開放的同心圓，並且她的直徑等於15。河圖則是開放的5進制的非同心圓螺旋圖。

而洛書原理已經直觀表達出了，僅僅用2與3參與的四則運算（自乘）就足以得到所有自然數，1當然也可以通過四則運算就足以得到全部自然數（自加），河圖描述的就是這一現象，因此加減

運算是河圖，乘除運算是洛書，而考拉茲猜想的運算式，正是把2與3作為係數描述的，因此是乘除關係的運算式，它可以得到可窮分類的10類數，因此n可滿足所有的自然數。考拉茲猜想的運算式

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{if } n \equiv 0 \\ 3n+1 & \text{if } n \equiv 1 \end{cases} \pmod 2 \quad (7)$$

可見除了用洛書原理證明是成立的外，用可窮分類和交集運算的方法，也可證明考拉茲猜想是成立的。很多人用複雜的枚舉證明企圖來證明考拉茲，這是吃力不見功效的一件事情，只有從元數出發，得出必然結果，才算是真正的證明。

看官不難看出，考拉茲猜想是哥德巴赫猜想的一個淺層次表達，哥德巴赫猜想是用兩個素數相加得到偶數，三個素數相加得到奇數，考拉茲猜想是用係數因數2與其他因數得到偶數，用係數因數3與其他因數得到奇數，用算數平均數因數抹平了素數的區別，這個因數相當於是素數個數的平均值，故用哥德巴赫猜想是可以證明考拉茲猜想成立的，但逆運算似乎不能，因為哥德巴赫猜想相對來說是強判斷，考拉茲猜想相對來說是個弱判斷。有一點毋庸置疑，它們都跟2和3相關。是最接近哥德巴赫猜想的一個弱判斷，孿生素數猜想則是一個比哥德巴赫猜想更強勢的判斷，只有證明一個更強勢的猜想，才能陸續證明相對弱勢的猜想。我們終於發現不相鄰原理（見本人所完成的另一個純數學證明《不相鄰原理破解了哥德巴赫猜想》），這個強勢判斷，並用更強大的公理證明了它。考拉茲猜想是一個從2和3出發就能完成的證明，可是哥德巴赫猜想不是，它是一個必須從1出發才能完成的證明，考拉茲猜想可以不借助于不相鄰原理，就能完成該證明。

下面用純數學運算式，嚴謹證明一次。

**證明：**因為自然數集f（n）=｛2n+0｝U｛2n+1｝；

f（n）=｛3n+0｝U｛3n+1｝U｛3n+2｝；

所以，當｛3n+1｝是偶數的話，｛3n+0｝與｛3n+2｝必是奇數，即它的正整數補集是奇數；相反，當｛3n+1｝是奇數的話，｛3n+0｝與｛3n+2｝必是偶數，即它的正整數補集是偶數；

可見，任意奇數，要麼是｛3n+1｝，要麼是｛3n+1｝為偶數時，它的正整數補集，這個補集至少包含｛3n+1｝為奇數時的奇數補集；任意偶數，要麼是｛3n+1｝，要麼是｛3n+1｝為奇數時，它的正整數補集，這個補集至少包含｛3n+1｝為偶數時的偶數補集。到此，一切順利。

這裡接著介紹一個特殊的偶數集，即2的n次方。這個偶數集可以不斷被2整除，　所獲得的商繼續用2整除，最後獲得整除的商一定會是1。因為$2^n$是一個由無數因數2構成的偶數。這個偶數集是全部偶數的一個子集。

｛$2^n$｝∈｛2n｝。即2的n次方是偶數的一個子集。也就是說｛$2^n$｝∩｛2n｝=｛$2^n$｝

當x為奇數時，｛3x+1｝∈｛2n｝；當x為偶數時，｛3x+1｝的正整數補集∈｛2n｝。所以，“x為奇數時的｛3x+1｝” U “x為偶數時的｛｛3x+0｝U｛3x+2｝｝”=｛2n｝

由於“｛$2^n$｝∩（x為奇數時的｛3x+1｝|” U “x為偶數時的｛｛3x+0｝U｛3x+2｝｝）” =｛$2^n$｝

當x為偶數時的｛3x+0｝U｛3x+2｝）與｛$2^n$｝所得到的交集，可使考拉茲運算式成立。當x為奇數時的｛3x+1｝與｛$2^n$｝所得到的交集，也可使考拉茲運算式成立。

當x為奇數時，模數為3的分類數中，所有的偶數都在3x+0和3x+2中.

由於偶數集3x+0和3x+2可分為純2因數的偶數｛$2^n$｝和非純2因數的偶數兩大類。非純2因數的偶數，當把2因數除盡後，必得到奇數，且可得到奇數全集，試遍所有的偶數除了得到純2因數偶數｛$2^n$｝外，剩下的全部奇數商，則參與到了3x+1的新生成數中去。

當x為奇數時，模數為3的分類數中，所有的偶數都在3x+1中。

由於偶數集3x+1可分為純2因數的偶數｛$2^n$｝和非純2因數的偶數兩大類。非純2因數的偶數，當把2因數除盡後，必得到奇數，且可得到奇數全集，試遍所有的偶數除了得到純2因數偶數｛$2^n$｝外，剩下的新的全部奇數商，則繼續參與到了3x+1的新生成數中去。

當奇數x不斷變化不斷遞增時，偶數3x+1也必定是新的，只要持續可產生新數，則必能囊括所有的非2自數，且有一一映射的偶數，那麼3x+1是否一定有數屬於偶數｛$2^n$｝中？若存在，那麼考拉茲猜想將獲得證明。因為3x+1與偶數｛$2^n$｝要麼有交集，要麼產生了新偶數，有新偶數參與才會得到新奇數回饋給3x+1.

3x+1隨著新奇數的參與會產生新偶數的證明，比較簡單，因為3x+1是一個一一映射運算式。現用歸謬法證明3x+1與偶數｛$2^n$｝不存在交集（含無限元素）的命題是荒謬的。

若｛3x+1｝與｛$2^n$｝沒有交集（含無限元素），那麼｛$2^n$｝同｛3x+0｝U｛3x+2｝就必有交集，因為｛3x+1｝U｛3x+0｝U｛3x+2｝為正整數全集。交集｛$2^n$｝的一個子集不落在｛3x+1｝上，就一定落在｛3x+0｝U｛3x+2｝上。

當x為偶數時，｛3x+1｝與｛$2^n$｝確沒有交集｛$2^n$｝，與正整數的交集落在｛3x+0｝U｛3x+2｝上。

當x為奇數時，與正整數的交集｛$2^n$｝的一個子集不可能落在｛3x+0｝U｛3x+2｝上。如果還不能落在偶數集｛3x+1｝上，則｛3x+1｝U｛3x+0｝U｛3x+2｝就非正整數全集。

是不是交集｛$2^n$｝的一個子集都在x為偶數時候的｛3x+0｝U｛3x+2｝中了呢？

我們來看｛3x+0｝U｛3x+2｝可表示成，｛3（x－1）+0｝U｛3（x－1）+1｝

｛3（x－1）+1｝就是一個x為奇數時候的偶數，因此交集也不能落在偶數時候的｛3x+2｝上，那是不是就一定落在了x為偶數時候的｛3x+0｝上呢？顯然更不是，因為｛3x+0｝有因數3存在，不可能是純2因數偶數｛$2^n$｝。

由此得到，若｛3x+1｝與｛$2^n$｝沒有交集｛$2^n$｝的子集，那麼純2因數偶數集｛$2^n$｝與正整數集合｛3x+0｝U｛3x+1｝U｛3x+2｝就沒有交集｛$2^n$｝的子集。這與純2因數偶數集｛$2^n$｝與正整數集合一定有交集即｛$2^n$｝的一個子集相矛盾。

由此反證出，｛3x+1｝與｛$2^n$｝沒有交集｛$2^n$｝是錯誤的，那麼｛3x+1｝與｛$2^n$｝必存在交集｛$2^n$｝就是正確的。也就是說，｛3x+1｝存在著不斷遞增的純2因數偶數$2^n$的子集。隨著奇數的增長變換，總能不斷發現，有新增偶數是純2因數偶數。

還可以證明這個交集即｛$2^n$｝的子集是無限的，因為若交集即｛$2^n$｝的一個子集是有限的，那麼3x+1中的x就為一個定值，大於這個定值的3x+1就沒有純2因數偶數，用一個反例即可證明。這個交集是$2^n$的一個子集。$2^n$-1必存在3倍數，剛已證明。即$2^n$-1=3x，當交集為定值時，x就一定為定值，這與x的定義相矛盾，x可為任意奇數。

同時，當交集為定值時，其他純2因數的的偶數，不可能在3x+0中產生，也不可能在當x為偶數時候的3x+2中產生，因為3x+2=3（x+1）-1，一旦當x為奇數時候3x+1不能產生更多的純2因數偶數時，當x為奇數的3x+1產生不了全部純2因數偶數時，x為偶數的3x+2也產生不了全部純2因數偶數，因為3x+2可表達成3乘以(x+1)+1。

當x仍然為偶數時，｛3（x+1）+1｝產生不了全部純2因數偶數，當x為奇數時，｛3x+1｝被假設為定值，產生不了純2因數偶數，因此若這個交集即｛$2^n$｝的子集是有限的話，那麼｛3x+0｝U｛3x+1｝U｛3x+2｝就無法得到正整數全集，因為該交集在｛$2^n$｝上補集沒有體現出來。因此這個交集必然是無限的。

既然存在這個交集，又是無限的，無漏的，所以當3x+1隨著奇數的變換遞增，必有純2因數偶數與之映射，因為既然3x+0與｛$2^n$｝是緊致的自然數相鄰關係，故其差數為1，純2因數偶數與3x+1就必有對應，即滿足2整除最後商數遞迴為一。所有的奇數都在參與3x+1產生新偶數的程式中，所有的｛$2^n$｝的補集偶數都在參與x/2產生新奇數的程式中，直到抵達｛$2^n$｝，最後獲得能夠被2連續整除，商數遞迴為一。

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{if } n \equiv 0 \\ 3n+1 & \text{if } n \equiv 1 \end{cases} \pmod 2 \qquad (1)$$

這就是考拉茲猜想的完整證明。我們的祖先用河圖洛書來證明，就非常簡單了。模數為10的正整數集，進行可窮分類，可得到10a+1，10b+2，10c +3，10d+4，10f+5，10g+6，10h+7，10i+8， 10j+9，10k+0等10類數。然後結合中國剩餘定理就可得到模數2與模數3的轉換了。而2自數和3自數合起來恰好囊括了所有的10進制個位數的10類數。加上1鄰數的密集篩選，要麼在遞增的過渡數中，要麼在非此即彼的自數中。**考拉茲猜想的本質是，2自數與奇尾自數之間是等差為1的相鄰關係，洛書正好顯示了這一點。**2自數與奇尾自數的並集正好可以得到全部10進制自然數尾數的10類數，只有等差為1的相鄰關係，才具有這種緊致互補關係。

2個2個一數，尾數一定會得到2、4、6、8；3個3個一數，尾數一定會得到3、9、7、1；分別對應洛書的角數和穀數，一個順時針一個逆時針。這種2個2個一數同3個3個一數恰好對應模數為2與模數為3的數進制轉換，而尾數為0為5的數，又恰在模數為10以及模數為15的數進制裡。2和5結合可得到洛書裡的10個尾數，3和5結合可得到洛書裡的橫豎斜相等的直徑數15。模數為10的數，其尾數是0，模數為15的數，其尾數為5。這些尾數已經被洛書可窮分類了。

於是才有了一切10模數的數，要麼是2倍數，要麼是3倍數。這就是考拉茲猜想的洛書原理表達。哥德巴赫猜想的表達則是，一切10模數的數，要麼是2素數之和得到偶數，要麼是3素數之和得到奇數。2個2個一數得到自數，且自數的尾數是2、4、6、8，3個3個一數得到自數，且自數的尾數是3、9、7、1，最後2自除得1，1除以2，得到0.5，即尾數為小數點後數5，而2乘以5尾數得0。可見0和5都是2的自數所得到的尾數。3自除得1，1除以3，得到0，3333……，即小數點後的尾數數3。這種除本數外不通過其他數用乘除運算求得的新數，叫自數。可見2和3的自數可得到10模數的所有尾數類型數。

重複相乘相除一個數是自數，或者說，首項是比數的等比數列叫自數；重複相減相加一個數是鄰數，或者說，首項是差數的等差數列叫鄰數。自然數集就是1鄰數，梅森素數就是首個可緊致區分的自數和首個可緊致識別的鄰數之結合體。首自數一定是素數，1是首自數，因而是特殊的素數，｛$1^n$｝則不是素數，因而不用擔心1會分解出無窮個素數，1≠｛$1^n$｝，至於現代數學作相等認知，那是取近似意，｛$1^n$｝是1的自數集，｛$2^n$｝是首個可緊致區分的2的自數集，｛n｝是1的鄰數集，鄰數體現相鄰性，自數體現分類性，相鄰體現序數的一面，自數體現基數的一面。鄰數為先天數，自數為後天數。這裡之所以介紹這些概念，為以後理解哥德巴赫猜想的證明做基礎。鄰數一定是自數和混合自數，但自數不一定是鄰數。1鄰數篩選完混合自數以及非自數，剩下的就是素數。素數是1鄰數的合數補集，是非合數中的重自數補集，素數是1鄰數中出現的單位分類數，是先有鄰後有類。素數類型不孤則必有自然數密集相鄰。偶數是1鄰數的兩倍，而1鄰數是可以產生素數的，故偶數可由兩個素數相加得到。這就是哥德巴赫猜想可以成立的宏觀根據，具體證明另述。同樣自數概念也給考拉茲猜想的證明提供了依據。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}=\prod_p\left(1-\frac{1}{p^s}\right)^{-1}$$

這個歐拉連和連積公式，就提供了自數的連積和鄰數的連和關係。這是相鄰關係和度量關係密切聯繫的極致表達。說明了自數和鄰數有交集關係。這是一個重要的運算式，其思路來自篩法，黎曼猜想源於此。這個複雜的等式成立，其實來自更簡單的等式關係。鄰數和自數的交集，還可以如何得到呢？經過分析還可以通過“羅莫等差等比公式”得到，由於1的鄰數是緊致的自然數，而2和3的自數個位數之並集，可得到10進制自然數的所有個位數之類數，因此2自數和3自數就必有等差1的相鄰關係，因此必存在以下等式：

即 $2^n - 3^m = 1$ （n、m為自然數，考拉茲猜想可由此簡潔推導證明），進而可以推廣得到，$2^n - P^m = 1$ （n、m為自然數，P為素數）$P^m = 2^n - 1$ （當m等於1時，n為素數時，P就是梅森素數）。

因此自數與非自數並在一起，就提供了所有正整數數集，而這正是考拉茲猜想的表達。 由此考拉茲猜想，可得到洛書原理的證明。

模數2的自數同模數3的自數所得到的並集以及加上緊致過度數可得到自然數全集。即給定任意正整數都可滿足考拉茲運算式。

哥德巴赫猜想則比較複雜，要動用一個強勢判斷，自創的數學工具——不相鄰原理，方可證明，這裡暫且不表。考拉茲猜想獲得證明，能給現代數學的發展帶來哪些積極的意義呢？常聽有人問，它有什麼用呢？這顯然是在關心應用數學，對純數學還比較陌生，但凡純數學都是應用數學，但應用數學則難以進入純數學。這麼打個比方吧。純數學就相當於幫助孩子去尋找他們失散的父母，應用數學就相當於幫助父母去尋找他們失散的孩子。一個是去發現根本價值，一個是去發現支系價值。歐幾裡德給學生上課，有學生問學這些幾何有什麼用呢？歐幾裡德跟他的助教說，給這個學生三兩黃金吧，若不給的話，看樣子是不願意聽課了。這個段子說明真懂得珍惜根本價值的還真不容易找到！

那考拉茲猜想的證明價值在哪裡呢？首先，它明確了鄰數和自數的關係，鄰數的夢想成真和自數的無情證偽是數學發展的獎懲制度，歸謬法若不建立在有先天正確的信仰上，歸謬的意義則沒有根基。打假若不建立在正確的信仰根性上，無異於自掘墳墓。不具備扶持真性的批評，等同于無意參與了作惡。密集相鄰生成的自然數，給內心世界和外在宇宙提供了無限可能，而具分類功能的自數則給我們設置了宇宙和心靈的認知結界和層次次第。鄰數和自數的關係解碼，將為電腦的發展提供美妙的前景。我們知道數論是密碼學的深層引路人。

其次，考拉茲猜想的破解，為理解哥德巴赫猜想的證明，提供了中間過渡路徑。理解哥德巴赫猜想的證明，比較吃力。然而有了考拉茲猜想的證明，則等於架設了一個通往哥德巴赫猜想證明的橋樑。我堅信，凡理解了考拉茲猜想證明的看官，一定會對用不相鄰原理證明哥德巴赫猜想發生濃厚的興趣，這也是本人先推出考拉茲猜想證明，後推出哥德巴赫猜想證明的用意所在。

最後要講的一個重大收穫是，現代數學的發展，要向古代東方世界傑出文明成果易經學習，河圖洛書的美妙發現，給現代數學的啟示是震撼性的，現代科學的發展，其領頭羊是數學，而數學發展的引擎，是數論，數論發展的源泉，則是古代易經思想。儘管有些數學家認為，不能用易經類比思維，來推論數學原理，可易經的可窮分類和交集核心正確的公理信仰是美妙的，尤其是易經的交集思想（根思想），光輝燦爛，那不是有你沒我的交集，而是可公平分享的交集。比如說交集圓心，不是說圓心O做了半徑AO的端點，就不能做半徑BO的端點，圓心O由無數重疊的點構成，此處不違反排中律。可見易經不僅限於類比推理，也有可窮分類歸納和可窮分類歸謬，其間貫穿著演繹推理，更是顯而易見。因而用來發展現代數學，即沒有迷信，也沒有偏離純數學的發展方向。

（End）