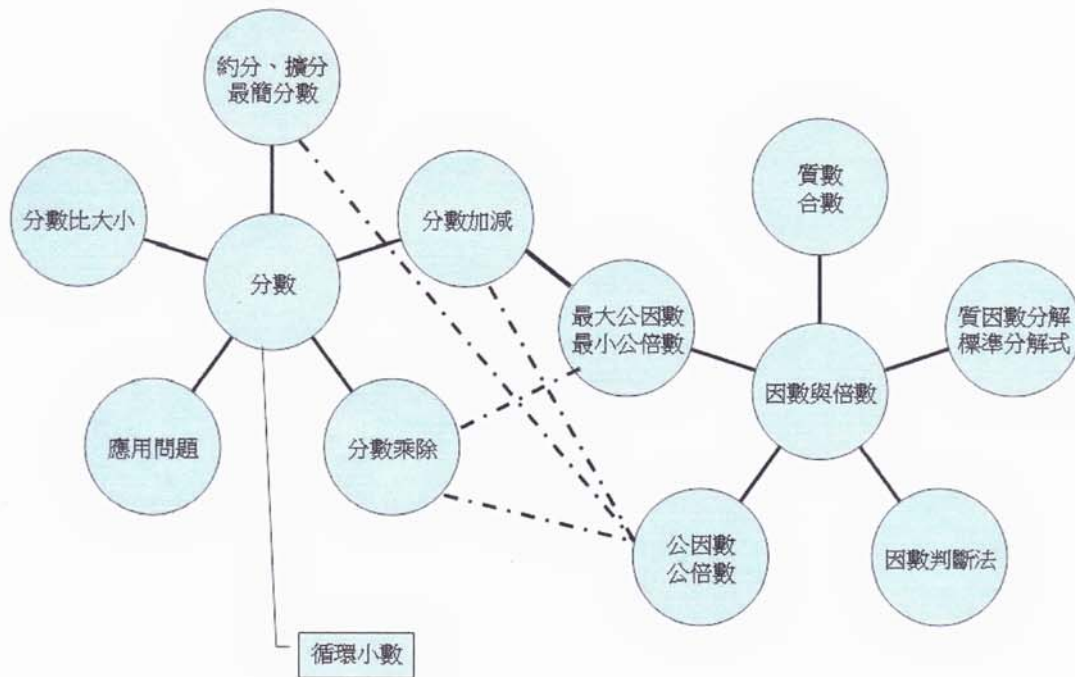


講義

◆第二次段考課程重點綱要



◆熱身題

$$100\dots0 - 809 = \overset{809}{99\dots9}191 \quad \therefore 9 \times 806 + 1 + 9 + 1 = 7265$$

1. 把 $10^4 - 4$ 計算出來的結果 (即 9996) 的每個數字 (即 9、9、9、6) 加起來, 可得 $9 + 9 + 9 + 6 = 33$ 。那麼, 把 $10^{809} - 809$ 計算出來的結果的每個數字加起來, 又是多少呢?
2. 有一個形如 $13xy45z$ 的七位數可以被 792 整除, 則 x 、 y 、 z 這三個數字之和為何?
3. 設 x 為正整數。若 2002 和 x 的最小公倍數為 30030, 問 x 有多少個不同的可能值。

4. 計算 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{6 \times 8} = ?$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{56 + 28 - 8 - 7}{56}$$

$$= \frac{69}{112}$$

數學之美, 在於解題過程

2. $792 = 8 \times 99 = 8 \times 9 \times 11$
 $\therefore 13xy45z$ 是 8、9、11 的倍數
 (8): 45z (9): $1+3+x+y+4+5+z$
 (11) $(3+4+x+1) - (5+y+3)$
 $\therefore z=6, y=0, x=8$

3. $(2002, x) = d$
 $\therefore 2002 = dk$
 $x = dk$
 $[2002, x] = dhk$
 $30030 = dhk$
 $30030 = 2002 \cdot k$
 $k = 15$

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程
講義

◆第二次段考常考重點

1. 因數與倍數的定義及判斷法

- B ◆下列敘述何者錯誤？
(A) 0 是 11 的倍數 (B) 5 是 0 的倍數 (C) 1 是 7 的因數 (D) 77 是 0 的因數
- ◆霍格華茲魔法學校的學生學號採八位數編碼方式，其中末兩位數為檢碼是前面六位
A 數字的因數，試問下列何者不可能是霍格華茲魔法學校的學生學號？
(A) 78932211 (B) 67826404 (C) 59647509 (D) 73345602
- B ◆下列何者不是 $2^3 \times 3^4$ 的因數？(A) 3^3 (B) $2^2 \times 3^5$ (C) $2^2 \times 3$ (D) $2^3 \times 3^3$
- ◆已知一個五位數 $\star 4842$ ，若它是 3 的倍數，則 \star 可以填入哪些數？ 3, 6, 9
- C ◆有一個七位數 $4571\square 53$ 是 33 的倍數，則 $\square = ?$ (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 0
- ◆在不大於 1000 的自然數中，2 的倍數有 500 個，3 的倍數有 333 個，6 的倍數有 166 個，請問
 $a+b+c = \underline{999}$ ，承上，其中 2 或 3 的倍數有 667 個 ps. 222 且
- ◆若 $15\square 222$ 是 3 的倍數，且 11 為 $15\square 222$ 的因數，則 $\square = \underline{6}$

2. 質數、質因數與標準分解式

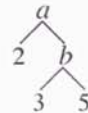
- C ◆下列各選項中，哪一個選項的數全部都是質數？
(A) 1、29、79 (B) 23、47、91 (C) 47、53、97 (D) 67、73、87。
- D ◆下列敘述何者錯誤？ (A) 1 和任何整數互質 (B) 若兩整數的最大公因數是 1，則此二數互質 (C) 任意兩相異質數必互質 (D) 互質的二數都是質數
- ◆下列有關質數的敘述那一個是正確的？
B (A) 2 是偶數，所以 2 不是質數
(B) 53 的因數只有 1 和 53，所以 53 是質數
(C) 77 的十位數字及個位數字都是質數，所以 77 是質數
(D) 91 不是 2 的倍數，不是 3 的倍數，也不是 5 的倍數，所以 91 是質數

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程 講義

◆若 $a = 12 \times 25 \times 35$ ，那麼 a 的相異質因數有哪些？ $a = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ， $2, 3, 5, 7$

B ◆ $A = 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 50$ ，則 A 有幾個相異質因數？(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 個
 $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23$

A ◆如右圖是小明利用樹狀圖分解 a 的計算過程，則 $a = ?$
(A) 30 (B) 15 (C) 10 (D) 16



◆設 $a = 27 \times 48 \times 49 \times 52$ ，則 a 的標準分解式為 $2^6 \times 3^4 \times 7^2 \times 13$

◆在霍格華茲魔法學校的數學課，哈利波特、妙麗、榮恩三人對於麥教授上課內容做了以下的結論：

哈利波特：「正整數中，2 是任何偶數的質因數」；

妙麗：「0 是 2 的倍數，所以 0 是合數」；

榮恩：「91 是合數」。

試問他們三人的結論中正確的有幾個？(A) 都不正確 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 都正確

C ◆設 $a = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13^2$ ，則下列哪一個數不是 a 的因數？
(A) $2^3 \times 3$ (B) $3 \times 5 \times 13$ (C) $2^3 \times 3 \times 5^2$ (D) $2 \times 3 \times 5 \times 13$ 。

◆小華利用自己的生日設計一個四位數的密碼，方法是：分別將月分與日期寫成兩個質數的和，再將此四個質數相乘，所得數字即為密碼（例如：生日若為 8 月 24 日，將 8 寫成 3 和 5 的和，24 寫成 11 與 13 的和，再將 3、5、11、13 相乘得密碼為 2145）。已知小華的密碼為 2030，求小華出生在幾月分？
 12 $2030 = 2 \times 5 \times 7 \times 29$
 12 月 31 日

◆已知 $15312 = 2^4 \times 11 \times 87$ ，則 15312 的相異質因數共有 4 個。

3. 公因數與最大公因數

A ◆今有梨 360 個、蘋果 240 個、橘子 200 個，想將這些水果分裝在幾個禮盒中，使每個盒子裡的同一種水果數量都一樣多，若所裝的盒數要最多，則每個禮盒裡共有幾個水果？(A) 20 (B) 30 (C) 35 (D) 40

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

◆針對數學老師在黑板上三個數的算式，大雄、胖虎、小夫、靜香四人做了以下敘述，請問何者正確？

- D 大雄： $2^2 \times 7$ 是三個數的公因數
胖虎： $2^2 \times 3^2 \times 7$ 是三個數的最大公因數
小夫： $2^2 \times 3 \times 7$ 是三個數的公倍數
靜香： $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$ 是三個數的最小公倍數
(A)大雄 (B)胖虎 (C)小夫 (D)靜香

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)280 \ 396 \ 252} \\ 2 \overline{)140 \ 198 \ 126} \\ 7 \overline{)70 \ 99 \ 63} \\ 3 \overline{)10 \ 99 \ 9} \\ 3 \overline{)10 \ 33 \ 3} \\ 10 \ 11 \ 1 \end{array}$$

4. 公倍數與最小公倍數

- ◆若 $(126, a) = 18$ ， $[a, 126] = 378$ ，則 a 之值為多少？ 54
- ◆若 a 為正整數，且 $(a, 60) = 6$ ， $[a, 60] = 180$ ，則 $a =$ 18。
- ◆已知甲、乙、丙三人分別每10天、20天、15天到圖書館一次，若在某星期六，三人同一天到圖書館，則下一次三人同一天到圖書館是星期幾？
C (A)星期一 (B)星期二 (C)星期三 (D)星期四
- ◆若 $(108, 72, 90) = a$ ， $[108, 72, 90] = b$ ，則下列何者正確？
D (A) $a = 36$ 、 $b = 2160$ (B) $a = 36$ 、 $b = 1080$ (C) $a = 18$ 、 $b = 2160$ (D) $a = 18$ 、 $b = 1080$
- ◆長方體火柴盒的長、寬、高分別是30公分、12公分、10公分，則至少需要 60 個這種火柴盒，才可以堆成最小的正方體。
不足堆長
- ◆高雄市公車從火車站開出的有21路和26路兩種，其發車的時間均有一定的間隔。若21路公車每隔12分鐘發出一班，26路公車每隔18分鐘發出一班，且上午6時，21路和26路同時開出，請問：下列哪一時刻，兩種公車又會同時從火車站一起開出？
C (A) 9:30 (B) 9:48 (C) 10:12 (D) 12:24
36分

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

◆其他學校段考重點 *94%*

一、選擇題：20%

- D 1. 下列各組數中，互質的是哪一組？(A) 17, 34 (B) 21, 49 (C) 39, 26 (D) 17, 81。
- B 2. 下面何者是 11 的倍數？(A) 1725 (B) 65703 (C) 2020 (D) 88888。
- B 3. 兩個不同的質數，它們的最小公倍數是 (A) 兩數的和 (B) 兩數的積 (C) 兩數的商 (D) 不一定。
- D 4. 下列哪一個數的值與 $9^8 \div 3^2$ 相等？(A) 3^4 (B) 3^6 (C) 9^6 (D) 3^{14} 。
- D 5. 以科學記號的形式表示五億分之一，應為下列哪一個？(A) 5×10^{-8} (B) 5×10^{-9} (C) 0.2×10^{-8} (D) 2×10^{-9} 。
- A 6. 小方拿了一張長 80 公分、寬 35 公分的紙張，剛好剪出 n 個正方形（其面積大小可以不相同）。請問 n 的最小值是多少？(A) 7 (B) 16 (C) 23 (D) 112。
- A 7. 計算 $(101 - 2 \times 50)^{100} + (3 \times 120)^0 + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{6}\right)^{50}$ 的值為何？(A) 2 (B) 0 (C) -2 (D) -1。
- D 8. 大於 $\frac{2}{9}$ ，小於 $\frac{3}{4}$ 的分數中，是最簡分數的有幾個？(A) 6 (B) 18 (C) 19 (D) 無限多個。
- B 9. 將下列四個選項化為小數，何者為循環小數？(A) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (B) $\frac{43 \times 25}{3 \times 225}$ (C) $\frac{5 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{18}}$ (D) $\frac{2^4 \times 3^5 \times 7^3}{2^6 \times 3^4 \times 5^5}$ 。
- C 10. 下列各數中，何者最大？(A) $\frac{77}{133}$ (B) $\frac{77-2}{133-2}$ (C) $\frac{77+7}{133+7}$ (D) $\frac{77 \times 5}{133 \times 5}$ 。

二、填充題：60%

1. 七億零八百萬以科學記號的形式表示應為 7.08×10^8 。
2. 10 元硬幣一堆至少 20 個，5 個一疊，10 個一疊，25 個一疊，都剩 4 個，這堆硬幣至少有 540 元。
3. 愛國路兩旁種樹，一旁每隔 10 公尺種一棵，另一旁每隔 8 公尺種一棵，路的兩端都種，已知相對的樹各有 36 棵，則愛國路的長度是 1400 公尺。
4. 1 至 1200 的整數中，用 8 及 12 均能整除，這種整數共有 50 個。
5. 將 $75\frac{2}{3}$ 公升的西瓜汁裝入每瓶容量為 0.75 公升的瓶子中，可裝滿 100 瓶，剩下西瓜汁 $\frac{2}{3}$ 公升。

6. 將 $\frac{4}{7}$ 化成循環小數等於 $0.\overline{571428}$ 。小數點後第 500 位為 7。
7. 有一個分數的分子為 33，若分母加上 5，新分數可約分成 $\frac{3}{2}$ ，那麼原分數為 $\frac{33}{19}$ 。
8. 已知一條緞帶長 5 公尺，平分成 4 段，其中的 3 段總長為幾公尺？(A) $5 \div 4 \times 3$ (B) $5 \div 3 \times 4$ (C) $\frac{5}{4} \times 3$ (D) $\frac{5}{4} \div 3$ (E) $5 \times \frac{3}{4}$ (F) $5 \div \frac{3}{4}$ ，以上選項正確的有 A.C.E。(寫代號，全對才給分) 1.404×10^{18}
9. 已知地球的體積約為 1.08×10^{12} 立方公里，太陽的體積約為地球體積的 1.3×10^6 倍，那太陽的體積約為 (11) 立方公里。(請以科學記號的形式表示結果)
10. 求 $\frac{472}{1337} - \left(-\frac{61}{371} - 3\frac{865}{1337}\right)$ 的值，其最簡分數為 $4\frac{61}{371}$ 。
11. 計算 $1.23 \times 10^{-4} - 5.43 \times 10^{-5}$ ，其值用科學記號表示為 6.87×10^{-5} 。
12. $8\frac{1}{9} + 3\frac{1}{18} - 2\frac{\Delta}{12} = 8\frac{7}{12}$ ，則 $\Delta =$ 7。
13. 一瓶 2000 毫升的牛奶，爸爸喝了 $\frac{1}{4}$ ，媽媽喝剩下的 $\frac{2}{15}$ ，大哥喝剩下的 $\frac{6}{13}$ ，剩下的給弟弟和妹妹兩人平分，則弟弟喝了這瓶牛奶的幾分之幾？用最簡分數回答 $\frac{7}{40}$ 。

三、計算題：20%

1. 設甲、乙、丙三數均為負數， $甲 \times \frac{7}{12} = 乙 \times \frac{5}{9} = 丙 \times \frac{4}{7}$ ，試比較甲、乙、丙的大小。 5%

$$甲 > 丙 > 乙$$

2. 計算 $2 - \left[\left(-4\frac{2}{3} \right) - 8 + \frac{5}{3} \right] + \left[\frac{3}{5} - \left(-\frac{4}{3} \right) \right]$ 並化為最簡分數。 5%

$$14\frac{14}{15}$$

3. 將 360 寫成標準分解式的乘積。 5%

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

4. 計算 $\left(-\frac{62}{93}\right)^3 \div \left(\frac{85}{51}\right)^2 \times \left(\frac{65}{52}\right)^3$ 並化為最簡分數。 5%

$$-\frac{5}{24}$$