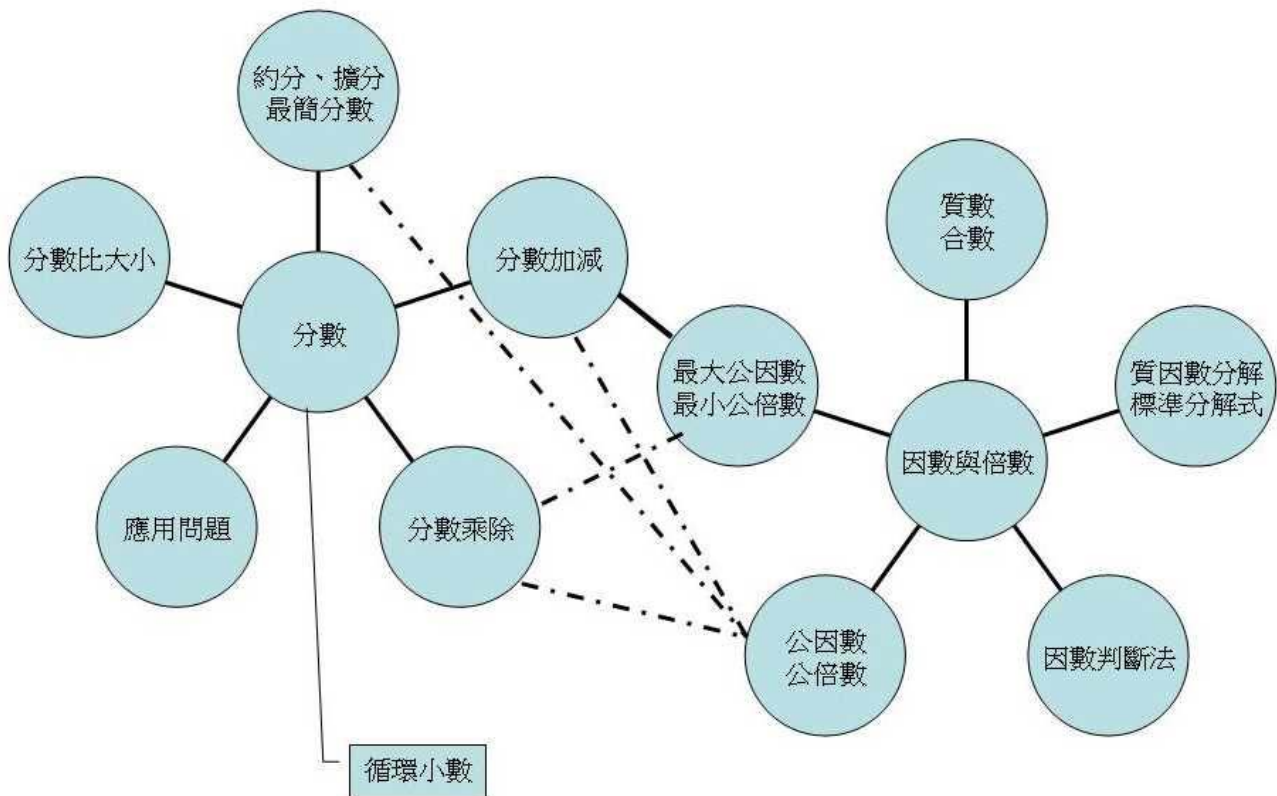


◆第二次段考課程重點綱要



◆熱身題

1. 把 $10^4 - 4$ 計算出來的結果（即 9996）的每個數字（即 9、9、9、6）加起來，可得 $9 + 9 + 9 + 6 = 33$ 。那麼，把 $10^{2008} - 2008$ 計算出來的結果的每個數字加起來，又是多少呢？
2. 有一個形如 $13xy45z$ 的七位數可以被 792 整除，則 x 、 y 、 z 這三個數字之和為何？
3. 設 x 為正整數。若 2002 和 x 的最小公倍數為 30030，問 x 有多少個不同的可能值。
4. 有四個正整數 a, b, c, d ，且 $ab=72$ ， $bc=54$ ， $bd=126$ ，求 $a+b+c+d$ 的最小值。

數學之美，在於解題過程

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

◆第二次段考常考重點

1. 因數與倍數的定義及判斷法

◆下列敘述何者錯誤？

(A) 0 是 11 的倍數 (B) 5 是 0 的倍數 (C) 1 是 7 的因數 (D) 77 是 0 的因數

◆霍格華茲魔法學校的學生學號採八位數編碼方式，其中末兩位數為檢碼是前面六位數字的因數，試問下列何者不可能是霍格華茲魔法學校的學生學號？

(A) 78932211 (B) 67826404 (C) 59647509 (D) 73345602

◆下列何者不是 $2^3 \times 3^4$ 的因數？(A) 3^3 (B) $2^2 \times 3^5$ (C) $2^2 \times 3$ (D) $2^3 \times 3^3$

◆已知一個五位數☆4842，若它是 3 的倍數，則☆可以填入哪些數？

◆有一個七位數 4571□53 是 33 的倍數，則 □ =?(A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 0

◆在不大於 1000 的自然數中，2 的倍數有 a 個，3 的倍數有 b 個，6 的倍數有 c 個，請問 $a+b+c=$ _____，承上，其中 2 或 3 的倍數有_____個，承上是 2 的倍數但不是 6 的倍數有_____個。

◆若 $15\square222$ 是 3 的倍數，且 11 為 $15\square222$ 的因數，則 $\square=$ _____

2. 質數、質因數與標準分解式

◆下列各選項中，哪一個選項的數全部都是質數？

(A) 1、29、79 (B) 23、47、91 (C) 47、53、97 (D) 67、73、87。

◆下列敘述何者錯誤？ (A) 1 和任何整數互質 (B) 若兩整數的最大公因數是 1，則此二數互質 (C) 任意兩相異質數必互質 (D) 互質的二數都是質數

◆下列有關質數的敘述那一個是正確的？

(A) 2 是偶數，所以 2 不是質數

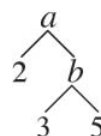
(B) 53 的因數只有 1 和 53，所以 53 是質數

(C) 77 的十位數字及個位數字都是質數，所以 77 是質數

(D) 91 不是 2 的倍數，不是 3 的倍數，也不是 5 的倍數，所以 91 是質數

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程 講義

- ◆若 $a=12 \times 25 \times 35$ ，那麼 a 的相異質因數有哪些？
- ◆ $A=2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 50$ ，則 A 有幾個相異質因數？(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 個
- ◆如右圖是小明利用樹狀圖分解 a 的計算過程，則 $a=?$
(A) 30 (B) 15 (C) 10 (D) 16



- ◆設 $a=27 \times 48 \times 49 \times 52$ ，則 a 的標準分解式為_____
- ◆在霍格華茲魔法學校的數學課，哈利波特、妙麗、榮恩三人對於麥教授上課內容做了以下的結論：
哈利波特：「正整數中，2 是任何偶數的質因數」；
妙麗：「0 是 2 的倍數，所以 0 是合數」；
榮恩：「91 是合數」。
試問他們三人的結論中正確的有幾個？(A) 都不正確 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 都正確
- ◆設 $a=2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13^2$ ，則下列哪一個數不是 a 的因數？
(A) $2^3 \times 3$ (B) $3 \times 5 \times 13$ (C) $2^3 \times 3 \times 5^2$ (D) $2 \times 3 \times 5 \times 13$ 。
- ◆小華利用自己的生日設計一個四位數的密碼，方法是：分別將月分與日期寫成兩個質數的和，再將此四個質數相乘，所得數字即為密碼（例如：生日若為 8 月 24 日，將 8 寫成 3 和 5 的和，24 寫成 11 與 13 的和，再將 3、5、11、13 相乘得密碼為 2145）。已知小華的密碼為 2030，求小華出生在幾月分？_____

- ◆已知 $15312=2^4 \times 11 \times 87$ ，則 15312 的相異質因數共有_____個。

3. 公因數與最大公因數

- ◆今有梨 360 個、蘋果 240 個、橘子 200 個，想將這些水果分裝在幾個禮盒中，使每個盒子裡的同一種水果數量都一樣多，若所裝的盒數要最多，則每個禮盒裡共有幾個水果？(A) 20 (B) 30 (C) 35 (D) 40

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

- ◆針對數學老師在黑板上三個數的算式，大雄、胖虎、小夫、靜香四人做了以下敘述，請問何者正確？

大雄： $2^2 \times 7$ 是三個數的公因數

胖虎： $2^2 \times 3^2 \times 7$ 是三個數的最大公因數

小夫： $2^2 \times 3 \times 7$ 是三個數的公倍數

靜香： $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$ 是三個數的最小公倍數

(A)大雄 (B)胖虎 (C)小夫 (D)靜香

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)280 \ 396 \ 252} \\ 2 \overline{)140 \ 198 \ 126} \\ 7 \overline{)70 \ 99 \ 63} \\ 3 \overline{)10 \ 99 \ 9} \\ 3 \overline{)10 \ 33 \ 3} \\ 10 \ 11 \ 1 \end{array}$$

4. 公倍數與最小公倍數

- ◆若 $(126, a) = 18$ ， $[a, 126] = 378$ ，則 a 之值為多少？_____
- ◆若 a 為正整數，且 $(a, 60) = 6$ ， $[a, 60] = 180$ ，則 $a =$ _____。
- ◆已知甲、乙、丙三人分別每10天、20天、15天到圖書館一次，若在某星期六，三人同一天到圖書館，則下一次三人同一天到圖書館是星期幾？
(A)星期一 (B)星期二 (C)星期三 (D)星期四
- ◆若 $(108, 72, 90) = a$ ， $[108, 72, 90] = b$ ，則下列何者正確？
(A) $a = 36$ 、 $b = 2160$ (B) $a = 36$ 、 $b = 1080$ (C) $a = 18$ 、 $b = 2160$ (D) $a = 18$ 、 $b = 1080$
- ◆長方體火柴盒的長、寬、高分別是30公分、12公分、10公分，則至少需要_____個這種火柴盒，才可以堆成最小的正方體。
- ◆高雄市公車從火車站開出的有21路和26路兩種，其發車的時間均有一定的間隔。若21路公車每隔12分鐘發出一班，26路公車每隔18分鐘發出一班，且上午6時，21路和26路同時開出，請問：下列哪一時刻，兩種公車又會同時從火車站一起開出？
(A) 9：30 (B) 9：48 (C) 10：12 (D) 12：24

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

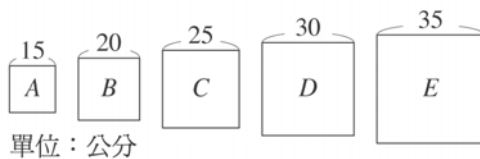
◆其他學校段考試題練習

一、選擇題：24%

- 下列敘述何者正確？ (A)所有的偶數皆為合數 (B)所有的質數皆為奇數 (C)正整數不是質數就是合數 (D)2是最小的質數
- 下列何者是質數？ (A) 1042 (B) 1053 (C) 1115 (D) 1123
- 關於指數的運算，下列何者錯誤？ (A) $(10^3)^5 = 10^{15}$ (B) $10^{-3} \div 10^2 = 10^{-1}$
(C) $2^5 \times 5^5 = 10^5$ (D) $1000^3 \times 100^2 = 10^{13}$
- 觀察右方的短除法且 $(g,h)=1$ ，判斷下列敘述何者錯誤？ (A) $(a,b)=c \times f$ (B) $a=c \times f \times g$
(C) $[a,b]=a \times h$ (D) $b=c \times f \times g \times h$

$$\begin{array}{r|l} c & a \quad b \\ f & d \quad e \\ \hline & g \quad h \end{array}$$
- 若 $a=4.1 \times 10^{-6}$ ， $b=5.8 \times 10^{-7}$ ， $c=8 \times 10^{-7}$ ， $d=9.1 \times 10^{-8}$ ，依照大小順序排列為：
(A) $a > b > c > d$ (B) $c > a > d > b$ (C) $a > c > b > d$ (D) $d > c > b > a$
- 已知有二數 a 、 b ，且 $a < b$ ， $(a, b)=14$ ， $[a, b]=56$ ，請問下列敘述何者正確？
(A) $a=14$ (B) $a+b=35$ (C) $a \cdot b=392$ (D) $b=28$

- 陶斯家中客廳為一個長1050公分，寬750公分的長方形地板；想要在地板上重新鋪設相同大小的正方形磁磚，且磁磚不能切割使用。請問下列A~E五種不同規格的正方形磁磚中



，陶斯可以考慮用哪幾種磁磚？

- (A) A、B、C (B) A、D、E (C) A、C、D (D) A、B、C、D
- 下圖是小華將 330 做質因數分解的過程，試問下列何者錯誤？
(A) $330=3 \times 5 \times c$ (B) $a=2$ (C) $b=165 \div 3$ (D) $b=5c$

$$\begin{array}{r|l} a & 330 \\ 3 & 165 \\ 5 & b \\ \hline & c \end{array}$$

二、填充題：56% (依題格作答)

- 若 $x=37560 \times 10^m$ ，且 x 可以科學記號表示為 3.756×10^{18} ，則 $m=$ _____。
- $5.88 \times 10^6 - 5.8 \times 10^6 + 5 \times 10^4$ 的計算結果，可以科學記號表示為何？_____。

3. 若 $10^8 \div 10^6 = 10^m$ ，而 $10^2 \times 10^3 \times 10^4 = 10^n$ ，則 $m^2 + n^2 =$ _____。
4. 已知 $\frac{119}{28} = \frac{\text{乙}}{\text{甲}}$ 、 $\frac{39}{143} = \frac{\text{丁}}{\text{丙}}$ ，且甲、乙、丙、丁為正整數，若 $\frac{\text{乙}}{\text{甲}}$ 、 $\frac{\text{丁}}{\text{丙}}$ 都是最簡分數，則 $\text{甲} - \text{乙} + \text{丙} - \text{丁} =$ _____。
5. 已知 $\text{甲} = 2^2 \times 3^3 \times 11^2 \times 13$ ， $\text{乙} = 3168$ ，求：(1) 乙數的標準分解式為 _____。
(2) $(\text{甲}, \text{乙}) =$ _____。
6. 已知甲為正整數，且 $\frac{6}{7} < \frac{\text{甲}}{84} < \frac{11}{12}$ ；若 $\frac{\text{甲}}{84}$ 為最簡分數時，則甲 = _____。
7. 四位數 $4\square 36$ 為 11 的倍數，則 $4\square 36$ 的標準分解式為 _____。
8. 朵麗有一條緞帶，她先用全長的 $\frac{3}{8}$ 來包裝禮物，再用全長的 $\frac{1}{7}$ 做一朵緞帶花裝飾，則剩下緞帶的長度為原來的幾分之幾？ _____。
9. 三個分數 $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{8}{15}$ 、 $\frac{7}{18}$ 分別同乘以一個正整數 N 之後都變成整數，則 N 的最小值 = _____。
10. 若 $(\text{甲}, 32) = 8$ 且 $[\text{甲}, 32] = 288$ ，則甲 = _____。
11. 試回答下列各問題：(1) $([64, 72], 240) =$ _____。
(2) $[2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 7] =$ _____。
12. 小鋒每 6 天到公園跑步一次，小菲每 8 天到公園跑步一次。某星期六兩人都到公園跑步，請問最少要再過幾天，兩人才會再度同時於星期六到公園跑步？ _____

三、計算題：20%（每題 5 分）

1. 化簡 $(\frac{1}{2} + 1) \times (\frac{1}{3} + 1) \times (\frac{1}{4} + 1) \times (\frac{1}{5} + 1) \times \cdots \times (\frac{1}{100} + 1) = ?$
2. 計算 $20\frac{5}{6} - (41\frac{1}{4} - 55\frac{3}{4}) + [(-18\frac{1}{6}) - 16\frac{2}{3}] = ?$
3. 已知 $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{1 \times 3}$ ， $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3 \times 5}$ ，試問 $\frac{2}{2 \times 4} + \frac{2}{4 \times 6} + \frac{2}{6 \times 8} + \frac{2}{8 \times 10} + \frac{2}{10 \times 12} + \frac{2}{12 \times 14} =$
4. 求 $7669\frac{1}{4} \times 423 + 7669\frac{1}{4} \times (-23) = ?$