

# 台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

## 講義

### ◆熱身題

1. 計算  $\frac{7}{9} \times (-27) - (-\frac{7}{9}) \times 11 - (-\frac{7}{9}) \times 16 = ?$
2. 已知一分數介於  $\frac{6}{7}$  和  $\frac{11}{12}$  之間，且分母為 84，其中的最簡分數為何？
3. 已知  $\frac{5}{8} \times \text{甲} = \frac{4}{7} \times \text{乙} = \frac{2}{5} \times \text{丙}$ ，請問甲、乙、丙的大小關係為何？
4.  $-\frac{1}{6}$  與  $\frac{17}{30}$  同時加上  $a$  之後，其結果互為相反數，則  $a$  的值為何？
5. 在甲、乙、丙三人合吃一個披薩，甲先吃全部的  $\frac{1}{3}$ ，乙再吃剩下的  $\frac{3}{5}$ ，丙吃完最後剩下的，則此三人誰吃的最多？
6.  $|\frac{1}{3} - \frac{1}{2}| + |\frac{1}{4} - \frac{1}{3}| + |\frac{1}{5} - \frac{1}{4}| + |\frac{1}{6} - \frac{1}{5}| + |\frac{1}{7} - \frac{1}{6}| = ?$
7. 計算  $\frac{1}{(-2)} + \frac{2}{(-2)^2} + \frac{4}{(-2)^3} + \frac{8}{(-2)^4} + \frac{16}{(-2)^5} = ?$
8. 已知甲  $= \frac{170}{159}$ ，乙  $= \frac{270}{259}$ ，丙  $= \frac{370}{359}$ ，請將甲、乙、丙由小到大排列。
9. 已知甲  $= -5\frac{1}{4}$ ，乙  $= -5 + \frac{1}{4}$ ，丙  $= -5 - \frac{1}{4}$ ，丁  $= -5.4$ ，請將甲、乙、丙、丁四個數字由大到小排列。
10.  $\frac{1}{2^2 \times 3^3 \times 5} - \frac{1}{2 \times 3^4 \times 7} = \frac{\square}{2^2 \times 3^4 \times 5 \times 7}$ ，求  $\square =$  \_\_\_\_\_
11. 計算下列題目
  - (1)  $\frac{9}{4} - (\frac{3}{5} - \frac{3}{4})$
  - (2)  $(5\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}) - (5\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2})$
12. 將  $\frac{1}{15}$ 、 $\frac{2}{15}$ 、 $\frac{3}{15}$  ……  $\frac{121}{15}$ 、 $\frac{122}{15}$  約分後，
  - (1) 會成為整數的共有幾個？
  - (2) 會成為分母 3 的最簡分數共有幾個？

數學之美，在於解題過程

◆第二次段考常考重點 2

1. 分數的約分與擴分

◆  $-1\frac{2}{3} = -\frac{a}{6} = \frac{15}{b} = \frac{c}{12}$ ，則  $a+b+c = ?$

◆  $\frac{5}{17} = \frac{6-2 \times a}{68}$ ，則  $a =$  (A) -7 (B) 7 (C) 20 (D) -20

◆  $-\frac{16}{24} = \frac{d}{12} = \frac{-4}{e} = \frac{f}{3}$ ，則  $d+e+f =$

◆ 甲和  $\frac{1}{\text{甲}} + \frac{2}{\text{甲}} + \frac{3}{\text{甲}} + \frac{4}{\text{甲}} + \frac{5}{\text{甲}} + \frac{6}{\text{甲}}$  均為正整數，求甲 = ?

◆ 若甲為負整數，且  $-\frac{3}{8} < \frac{\text{甲}}{24} < -\frac{1}{6}$ ，則滿足此條件的甲有幾個？

◆ 有一個分數的分子為 33，若分母加上 5，新分數可約分成  $\frac{3}{2}$ ，那麼原分數為何

2. 分數的加減與乘除

◆  $\frac{37}{91} - (\frac{1}{26} - \frac{5}{91}) = ?$

◆  $(-1\frac{1}{2}) - (-2) - [(-\frac{1}{4}) + \frac{1}{8}] = ?$

◆  $a = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ ， $a = ?$

◆ 在計算  $4\frac{2}{7} - 3\frac{1}{5}$  時，可化簡成下列何式？

(A)  $(4-3) + (\frac{2}{7} + \frac{1}{5})$  (B)  $(4-3) - (\frac{2}{7} + \frac{1}{5})$  (C)  $(4-3) - (\frac{2}{7} - \frac{1}{5})$  (D)  $(4-3) + (\frac{2}{7} - \frac{1}{5})$

◆ 下列敘述正確的有哪些？(甲)  $-5\frac{1}{2} = -5 + \frac{1}{2}$  (乙)  $-3\frac{5}{6}$  的倒數是  $-3\frac{6}{5}$  (丙)

$-\frac{4}{3} = -\frac{24}{18} = -\frac{8}{6}$  (丁)  $(-1\frac{5}{8}) + (-2\frac{3}{4}) = -(1\frac{5}{8} + 2\frac{3}{4}) = -3\frac{11}{8} = -4\frac{3}{8}$

(A) 甲、乙 (B) 丙、丁 (C) 甲、丁 (D) 甲、丙、丁。

# 台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程 講義

- ◆ 若甲數 =  $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ ，乙數 =  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ ，則  $\frac{\text{甲數}}{\text{乙數}} = ?$   
 (A)  $\frac{21}{121}$  (B)  $\frac{61}{121}$  (C)  $\frac{121}{61}$  (D)  $\frac{121}{21}$ 。
- ◆  $-2\frac{2}{5} - (-\frac{7}{4}) + 3\frac{1}{3} = ?$
- ◆  $1 \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = ?$
- ◆  $(-\frac{3}{2})^3 \div \frac{15}{4} + (\frac{3}{4} - \frac{1}{3}) \times (\frac{3}{5})^2 =$
- ◆ 地球全表面積的  $\frac{1}{4}$  是陸地，而陸地的  $\frac{3}{4}$  在北半球，則南半球海洋的面積占地球表面積的幾分之幾？
- ◆  $2 \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + 4 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + 6 \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + 8 \times \frac{1}{5} = ?$
- ◆  $-\frac{1}{7}$  的倒數與  $-\frac{1}{7}$  的相反數之乘積為多少？
- ◆ 對於分數 a 和 b，我們定義  $a @ b = a^2 - b^3$ ，若  $a = -1\frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ ，則  $a @ b = ?$
- ◆  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{16} + \frac{31}{32} + \frac{63}{64} - 6 = ?$
- ◆  $8\frac{1}{9} + 3\frac{1}{18} - 2\frac{\Delta}{12} = 8\frac{7}{12}$ ，則  $\Delta = ?$
- ◆ 一瓶 2000 毫升的牛奶，爸爸喝了  $\frac{1}{4}$ ，媽媽喝剩下的  $\frac{2}{15}$ ，大哥喝剩下的  $\frac{6}{13}$ ，剩下的給弟弟和妹妹兩人平分，則弟弟喝了這瓶牛奶的幾分之幾？用最簡分數回答
- ◆ 已知一條緞帶長 5 公尺，平分成 4 段，其中的 3 段總長為幾公尺？  
 (A)  $5 \div 4 \times 3$  (B)  $5 \div 3 \times 4$  (C)  $\frac{5}{4} \times 3$  (D)  $\frac{5}{4} \div 3$  (E)  $5 \times \frac{3}{4}$  (F)  $5 \div \frac{3}{4}$ ，  
 以上選項正確的有\_\_\_\_\_。(寫代號，全對才給分)
- ◆  $75\frac{2}{3}$  公升的西瓜汁裝入每瓶容量為 0.75 公升的瓶子中，可裝滿\_\_\_\_\_瓶，剩下西瓜汁\_\_\_\_\_公升。
- ◆ 下列哪一個分數最接近  $-2\frac{1}{5} + 4 - (1^4 - \frac{1}{5})$  的總和 (A)  $\frac{9}{10}$  (B)  $\frac{9}{8}$  (C)  $\frac{8}{9}$  (D)  $\frac{7}{8}$

講義

- ◆ 曉華買了一包牛奶糖，第一天吃了 $\frac{1}{3}$ ，第二天吃了剩下的 $\frac{3}{5}$ ，剩 12 顆，則這包牛奶糖原有幾顆？

3. 最簡分數

- ◆ 求出大於 $\frac{8}{7}$ 而小於 $\frac{7}{6}$ 且分母為 168 之所有分數。
- ◆ 滿足 $\frac{a}{84}$ 為最簡分數，且 $\frac{5}{21} < \frac{a}{84} < \frac{9}{28}$ 的  $a$  共有幾個？
- ◆ 求 $\frac{472}{1337} - \left(-\frac{61}{371} - 3\frac{865}{1337}\right)$  的值，其最簡分數為何？
- ◆ 比 $\frac{1}{3}$ 大且比 $\frac{5}{4}$ 小的分數中，分母是 12 且是最簡分數的所有分數的和是多少？
- ◆ 下列哪一個分數不是最簡分數？(A)  $\frac{25}{36}$  (B)  $\frac{49}{119}$  (C)  $\frac{64}{625}$  (D)  $\frac{19}{91}$ 。
- ◆ 設  $k$  為正整數， $1 \leq k \leq 15$ ，若要使 $\frac{120}{k}$ 是最簡分數，求  $k = ?$
- ◆ 若甲數為正整數，滿足 $\frac{6}{35} < \frac{\text{甲數}}{105} < \frac{5}{21}$ 之甲數為？
- ◆ 若乙數為自然數，滿足 $7 > \frac{105}{\text{乙數}} > \frac{35}{8}$ 之乙數為何？
- ◆ 下列何者為最簡分數？(A)  $\frac{53}{51}$  (B)  $\frac{52}{91}$  (C)  $\frac{143}{88}$  (D)  $\frac{291}{93}$
- ◆ 計算 $\left(-\frac{62}{93}\right)^3 \div \left(\frac{85}{51}\right)^2 \times \left(\frac{65}{52}\right)^3$  並化為最簡分數

講義

4. 分數比大小

◆比較下列分數之大小

(1)  $\frac{98}{99} \square \frac{99}{100} \square \frac{100}{101}$

(2)  $\frac{99}{98} \square \frac{100}{99} \square \frac{101}{100}$

(3)  $\frac{41}{50} \square \frac{52}{60} \square \frac{63}{71}$

(4)  $-\frac{198}{199} \square -\frac{199}{200} \square -\frac{200}{201}$

(5)  $-\frac{199}{198} \square -\frac{200}{199} \square -\frac{201}{200}$

(6)  $-\frac{95}{114} \square -\frac{69}{92} \square -\frac{62}{93}$

◆比較下列分數的大小

(1)  $\frac{10}{9} \square \frac{11}{10} \square \frac{13}{12}$

(2)  $\frac{8}{11} \square \frac{12}{17}$

(3)  $\frac{73}{37} \square 2$

(4)  $\frac{71}{17} \square 3\frac{17}{18}$

(5)  $\frac{29}{38} \square \frac{58}{78} \square \frac{84}{114}$

(6)  $\frac{39}{52} \square \frac{78}{102}$

(7)  $\frac{12}{13} \square \frac{13}{14}$

(8)  $\frac{20}{13} \square \frac{26}{19}$

◆已知甲 $=\frac{170}{159}$ ，乙 $=\frac{270}{259}$ ，丙 $=\frac{370}{359}$ ，則甲、乙、丙的大小關係為 \_\_\_\_\_

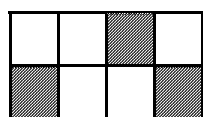
◆下列各數中，何者最大？(A)  $\frac{77}{133}$  (B)  $\frac{77-2}{133-2}$  (C)  $\frac{77+7}{133+7}$  (D)  $\frac{77 \times 5}{133 \times 5}$ 。

◆已知甲、乙兩數均為正數，若甲 $-\frac{2}{25}$ =乙 $-\frac{1}{13}$ ，則甲、乙兩數的大小關係為何？

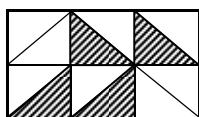
◆設甲、乙、丙三數均為負數，甲 $\times\frac{7}{12}$ =乙 $\times\frac{5}{9}$ =丙 $\times\frac{4}{7}$ ，試比較甲、乙、丙的大小。

◆比較  $-\frac{9}{4}$ ， $-\frac{7}{3}$ ， $-\frac{11}{5}$  的大小，由大到小排列。

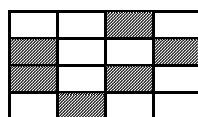
◆如下圖，美術課大雄、靜香、小夫三人先在同樣大小的圖畫紙上各自畫出自己喜愛的“等分圖形”，則三人著色面積（斜線部份）佔整張圖畫紙的大小關係，下列何者正確？  
 (A)小夫>大雄 (B)靜香=大雄 (C)靜香<小夫  
 (D)因為著色圖形不同，故無法比較



靜香 8 等分



小夫 12 等分



大雄 16 等分

# 台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

## 講義

◆在甲、乙、丙三人合吃一個披薩，甲先吃全部的 $\frac{1}{3}$ ，乙再吃剩下的 $\frac{3}{5}$ ，丙吃完最後剩下的，則此三人誰吃的最多？(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 一樣多

◆榮恩和妙麗參加10公里馬拉松賽跑，最後榮恩以45分鐘跑完全程，妙麗以50分鐘跑完全程，試問妙麗和榮恩誰跑的快，且每分鐘快多少公里？

(A) 榮恩快，每分鐘比妙麗快 $\frac{1}{2}$ 公里 (B) 妙麗快，每分鐘比榮恩快 $\frac{1}{2}$ 公里

(C) 榮恩快，每分鐘比妙麗快 $\frac{1}{45}$ 公里 (D) 妙麗快，每分鐘比榮恩快 $\frac{1}{45}$ 公里

1. ◆設 $a = \frac{8}{15}$ ， $b = \frac{8-1}{15-1}$ ， $c = \frac{8-1}{15}$ ， $d = \frac{8}{15-1}$ ，則 $a, b, c, d$ 之大小為何？

◆某籃球比賽中，甲投19次命中7次，乙投23次命中9次，丙投20次命中8次，請問誰的命中率最高？

◆下列何者正確？(A)  $\frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$  (B)  $\frac{c}{ab} = \frac{c}{a} \times \frac{c}{b}$  (C)  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  (D)  $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$

## 5. 分數的特殊題型

◆計算 $|\frac{1}{4}-1| + |\frac{1}{8}-\frac{1}{4}| + |\frac{1}{12}-\frac{1}{8}| + |\frac{1}{16}-\frac{1}{12}|$  之值

◆計算 $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{97 \times 99}$  之值

◆計算 $\frac{6}{3 \times 5} + \frac{27}{5 \times 14} + \frac{30}{14 \times 24} + \frac{42}{24 \times 38} + \frac{60}{38 \times 58}$  之值

◆一分數被 $\frac{5}{9}$ 、 $\frac{4}{15}$ 除所得的商皆為正整數。求此種分數的最小值？

◆將 $\frac{4}{7}$ 化成循環小數等於\_\_\_\_\_，小數點後第500位為\_\_\_\_\_。

◆計算 $(-\frac{3}{8}) \times 7 + (-\frac{3}{8}) \times 13 + (-\frac{3}{8}) \times 8 + (-\frac{3}{8}) \times 12$

◆1年20班某次段考數學不及格者占 $\frac{1}{8}$ ，英文不及格者占 $\frac{1}{3}$ ，兩科皆不及格者占 $\frac{1}{12}$ ，則兩科都及格者占幾分之幾？

# 台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

## 講義

### ◆其他學校段考試題練習

一、選擇：【每題 4 分，共 40 分】

- ( ) 下列何者正確？  
(A) 57823 因個位數是 3，所以它是 3 的倍數。  
(B) 57823 因  $5+7+8+2+3=25$ ，所以是 5 的倍數。  
(C) 57839 因個位數是 9，所以是 9 的倍數。  
(D) 57827 因奇數位的和減去偶數位的和是 11，所以是 11 的倍數。
- ( ) 若  $A=2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$ ，則 A 有幾個相異質因數？  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- ( ) 下列哪一組數互質？  
(A) 54、51 (B) 26、54 (C) 27、67 (D) 14、63
- ( ) 有 n 個大小相同且邊長為 1 的正方形，全拿去拼成一個長寬都大於 1 的矩形，則 n 不可能為？ (A) 38 (B) 39 (C) 40 (D) 41
- ( ) 小傑想用長為 8 公分、寬為 6 公分的長方形拼成正方形，則至少要幾塊這樣的長方形？  
(A) 10 (B) 12 (C) 24 (D) 48
- ( ) 將  $\frac{16}{12}$  的分子加上 4，則分母要加上多少，其值不變？ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- ( ) 甲  $\times \frac{3}{2} \div \frac{5}{9}$  和下列何者相等？  
(A) 甲  $\div \frac{3}{2} \times \frac{5}{9}$  (B) 甲  $\times \frac{3}{2} \times \frac{5}{9}$   
(C) 甲  $\times \frac{3}{2} \times \frac{9}{5}$  (D) 甲  $\times \frac{2}{3} \times \frac{9}{5}$
- ( )  $-4\frac{3}{5}$  和下列何者不同？ (A)  $-4-\frac{3}{5}$  (B)  $-(4+\frac{3}{5})$  (C)  $(-4)+(-\frac{3}{5})$   
(D)  $-4+\frac{3}{5}$
- ( ) 七年 17 班女生人數佔全班的  $\frac{2}{9}$ ，又男生比女生多 20 人，求男生有多少人？  
(A) 28 (B) 32 (C) 34 (D) 36
- ( ) 若甲是  $2\frac{3}{7}$  的倒數，下列何者正確？  
(A)  $2\frac{3}{7} + \text{甲} = 0$  (B)  $2\frac{3}{7} - \text{甲} = 1$  (C)  $2\frac{3}{7} \times \text{甲} = 1$  (D)  $2\frac{3}{7} \times \text{甲} = 0$

二、填充：【每格 4 分，共 40 分】

1. (1) 5775 的標準分解式為：\_\_\_\_\_

(2) 5775 的質因數有哪些：\_\_\_\_\_ (全對才給分)

2. 求出下列各式的值：

(1)  $(2^4 \times 3, 2^2 \times 3^2 \times 7) =$  \_\_\_\_\_

(2)  $[2^4 \times 3, 2^2 \times 3^2 \times 7] =$  \_\_\_\_\_

(3)  $(2^3 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 11^2) =$  \_\_\_\_\_

(4)  $[2^3 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 11^2] =$  \_\_\_\_\_

3.  $\frac{1}{12}$  和  $\frac{1}{15}$  同時乘以整數甲後，結果都變成整數，則甲數最小值是：\_\_\_\_\_

4. 有一分數介於  $\frac{5}{6}$  和  $\frac{10}{11}$  之間，且分子是 40 的最簡分數為：\_\_\_\_\_

5. 請比較下列各式的大小：(請填 >、=、<) (1)  $\frac{7}{8}$  —(I)—  $\frac{6}{7}$  (2)  $\frac{26}{21}$  —(J)—  $\frac{43}{38}$

三、計算：【每題 4 分，共 20 分】(請寫出計算過程)

1. 計算  $[(2\frac{3}{5} - 5) \times \frac{5}{3} + 1\frac{3}{4}] \div \frac{5}{6} = ?$

2. 計算  $3.79 \times (\frac{2}{3} - \frac{1}{15}) - (\frac{2}{5} - 1) \times 21.21 = ?$

3. 計算  $(\frac{69}{92})^3 \times (\frac{34}{51})^3 \div (\frac{95}{38})^2 = ?$

4. 某間寺廟每天從早上 6:00 開始，每 18 分鐘敲一次鐘，每 24 分鐘敲一次鼓，請問：在 10:00 到 11:00 之間，鐘和鼓一起敲時候是幾點幾分？

5. 一個裝滿水的水瓶，連瓶重共 1500 公克，若倒出了  $\frac{3}{8}$  的水後，剩下的水與瓶共重 1050 公克，問：水瓶的重量多重？