

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程
講義

◆第二次段考常考重點 2

1. 分數的約分與擴分

◆ $-1\frac{2}{3} = -\frac{a}{6} = \frac{15}{b} = \frac{c}{12}$ ，則 $a+b+c = ?$

◆ $\frac{5}{17} = \frac{6-2 \times a}{68}$ ，則 $a =$ (A) -7 (B) 7 (C) 20 (D) -20

◆ $-\frac{16}{24} = \frac{d}{12} = \frac{-4}{e} = \frac{f}{3}$ ，則 $d+e+f =$

◆ 甲和 $\frac{1}{\text{甲}} + \frac{2}{\text{甲}} + \frac{3}{\text{甲}} + \frac{4}{\text{甲}} + \frac{5}{\text{甲}} + \frac{6}{\text{甲}}$ 均為正整數，求甲 = ?

◆ 若甲為負整數，且 $-\frac{3}{8} < \frac{\text{甲}}{24} < -\frac{1}{6}$ ，則滿足此條件的甲有幾個？

◆ 有一個分數的分子為 33，若分母加上 5，新分數可約分成 $\frac{3}{2}$ ，那麼原分數為何？

◆ 若將 $\frac{-3}{5}$ 的分子加上 (-9)，為了使其值不變，則分母應加上多少呢？

2. 分數的加減與乘除

◆ 數線上 $A(-3\frac{1}{4})$ 和 $B(2\frac{2}{3})$ 的距離是 _____

◆ $\frac{37}{91} - (\frac{1}{26} - \frac{5}{91}) = ?$

◆ $(-1\frac{1}{2}) - (-2) - [(-\frac{1}{4}) + \frac{1}{8}] = ?$

◆ $a = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ ， $a = ?$

◆ 在計算 $4\frac{2}{7} - 3\frac{1}{5}$ 時，可化簡成下列何式？

(A) $(4-3) + (\frac{2}{7} + \frac{1}{5})$ (B) $(4-3) - (\frac{2}{7} + \frac{1}{5})$ (C) $(4-3) - (\frac{2}{7} - \frac{1}{5})$ (D) $(4-3) + (\frac{2}{7} - \frac{1}{5})$

數學之美，在於解題過程

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程
講義

◆下列敘述正確的有哪些？(甲) $-5\frac{1}{2} = -5 + \frac{1}{2}$ (乙) $-3\frac{5}{6}$ 的倒數是 $-3\frac{6}{5}$ (丙)

$$-\frac{4}{3} = -\frac{24}{18} = -\frac{8}{6} \quad (\text{丁}) \quad (-1\frac{5}{8}) + (-2\frac{3}{4}) = -(1\frac{5}{8} + 2\frac{3}{4}) = -3\frac{11}{8} = -4\frac{3}{8}$$

(A)甲、乙 (B)丙、丁 (C)甲、丁 (D)甲、丙、丁。

◆若甲數 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ ，乙數 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ ，則 $\frac{\text{甲數}}{\text{乙數}} = ?$

(A) $\frac{21}{121}$ (B) $\frac{61}{121}$ (C) $\frac{121}{61}$ (D) $\frac{121}{21}$ 。

◆ $-2\frac{2}{5} - (-\frac{7}{4}) + 3\frac{1}{3} = ?$

◆ $1 \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = ?$

◆ $(-\frac{3}{2})^3 \div \frac{15}{4} + (\frac{3}{4} - \frac{1}{3}) \times (\frac{3}{5})^2 =$

◆ 地球全表面積的 $\frac{1}{4}$ 是陸地，而陸地的 $\frac{3}{4}$ 在北半球，則南半球海洋的面積占地球表面積的幾分之幾？

◆ $2 \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + 4 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + 6 \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + 8 \times \frac{1}{5} = ?$

◆ $-\frac{1}{7}$ 的倒數與 $-\frac{1}{7}$ 的相反數之乘積為多少？

◆ 對於分數 a 和 b，我們定義 $a @ b = a^2 - b^3$ ，若 $a = -1\frac{1}{2}$ ， $b = -\frac{1}{2}$ ，則 $a @ b = ?$

◆ $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{16} + \frac{31}{32} + \frac{63}{64} - 6 = ?$

◆ $8\frac{1}{9} + 3\frac{1}{18} - 2\frac{\Delta}{12} = 8\frac{7}{12}$ ，則 $\Delta = ?$

◆ 一瓶 2000 毫升的牛奶，爸爸喝了 $\frac{1}{4}$ ，媽媽喝剩下的 $\frac{2}{15}$ ，大哥喝剩下的 $\frac{6}{13}$ ，剩下的給弟弟和妹妹兩人平分，則弟弟喝了這瓶牛奶的幾分之幾？請用最簡分數回答。

◆ 已知一條緞帶長 5 公尺，平分成 4 段，其中的 3 段總長為幾公尺？

(A) $5 \div 4 \times 3$ (B) $5 \div 3 \times 4$ (C) $\frac{5}{4} \times 3$ (D) $\frac{5}{4} \div 3$ (E) $5 \times \frac{3}{4}$ (F) $5 \div \frac{3}{4}$ ，

以上選項正確的有_____。(寫代號，全對才給分)

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

- ◆ $75\frac{2}{3}$ 公升的西瓜汁裝入每瓶容量為 0.75 公升的瓶子中，可裝滿_____瓶，剩下西瓜汁_____公升。
- ◆ 14 公斤的米， $1\frac{1}{3}$ 公斤裝成一袋，最多裝成_____袋，最後會剩下_____公斤
- ◆ 下列哪一個分數最接近 $-2\frac{1}{5} + 4 - (1^4 - \frac{1}{5})$ 的總和 (A) $\frac{9}{10}$ (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{8}{9}$ (D) $\frac{7}{8}$
- ◆ 曉華買了一包牛奶糖，第一天吃了 $\frac{1}{3}$ ，第二天吃了剩下的 $\frac{3}{5}$ ，剩 12 顆，則這包牛奶糖原有幾顆？
- ◆ $(-\frac{2}{3})^3 \times 3^2 \times (\frac{1}{2})^4 =$ _____ $4 \div (-\frac{2}{3})^3 \times (-2) + (-4^2) =$ _____
- $4\frac{1}{2} \div (-\frac{3}{7}) - 1\frac{1}{5} \times 1.25 =$ _____ $4 \div (-0.5) \times (-6) + 3 \div (-\frac{1}{3}) =$ _____

3. 最簡分數

- ◆ 下列哪一個分數不是最簡分數？(A) $\frac{25}{36}$ (B) $\frac{49}{119}$ (C) $\frac{64}{625}$ (D) $\frac{19}{91}$
- ◆ 下列何者為最簡分數？(A) $\frac{53}{51}$ (B) $\frac{52}{91}$ (C) $\frac{143}{88}$ (D) $\frac{291}{93}$
- ◆ 求出大於 $\frac{8}{7}$ 而小於 $\frac{7}{6}$ 且分母為 168 之所有分數。
- ◆ 滿足 $\frac{a}{84}$ 為最簡分數，且 $\frac{5}{21} < \frac{a}{84} < \frac{9}{28}$ 的 a 共有幾個？
- ◆ 有一最簡分數甲，已知甲的分母為 130，且甲介於 $-\frac{12}{13}$ 和 $-\frac{9}{10}$ 之間，則甲=?
- ◆ 比 $\frac{1}{3}$ 大且比 $\frac{5}{4}$ 小的分數中，分母是 12 且是最簡分數的所有分數的和是多少？
- ◆ 設 k 為正整數， $1 \leq k \leq 15$ ，若要使 $\frac{120}{k}$ 是最簡分數，求 $k = ?$
- ◆ 若甲數為正整數，滿足 $\frac{6}{35} < \frac{\text{甲數}}{105} < \frac{5}{21}$ 之甲數為？

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

◆計算 $\left(-\frac{62}{93}\right)^3 \div \left(\frac{85}{51}\right)^2 \times \left(\frac{65}{52}\right)^3$ 並化為最簡分數

◆求 $\frac{472}{1337} - \left(-\frac{61}{371} - 3\frac{865}{1337}\right)$ 的值，其最簡分數為何？

◆將 $\frac{1}{15}$ 、 $\frac{2}{15}$ 、 $\frac{3}{15}$ …… $\frac{121}{15}$ 、 $\frac{122}{15}$ 約分後，

(1)會成為整數的共有幾個？

(2)會成為分母3的最簡分數共有幾個？

4. 分數比大小

◆比較下列分數之大小

(1) $\frac{98}{99} \square \frac{99}{100} \square \frac{100}{101}$

(2) $\frac{99}{98} \square \frac{100}{99} \square \frac{101}{100}$

(3) $\frac{41}{50} \square \frac{52}{60} \square \frac{63}{71}$

(4) $-\frac{198}{199} \square -\frac{199}{200} \square -\frac{200}{201}$

(5) $-\frac{199}{198} \square -\frac{200}{199} \square -\frac{201}{200}$

(6) $-\frac{95}{114} \square -\frac{69}{92} \square -\frac{62}{93}$

◆比較下列分數的大小

(1) $\frac{10}{9} \square \frac{11}{10} \square \frac{13}{12}$

(2) $\frac{8}{11} \square \frac{12}{17}$

(3) $\frac{73}{37} \square 2$

(4) $\frac{71}{17} \square 3\frac{17}{18}$

(5) $\frac{29}{38} \square \frac{58}{78} \square \frac{84}{114}$

(6) $\frac{39}{52} \square \frac{78}{102}$

(7) $\frac{12}{13} \square \frac{13}{14}$

(8) $\frac{20}{13} \square \frac{26}{19}$

◆數線上有四個點 $A=-\frac{99}{98}$ 、 $B=-\frac{100}{99}$ 、 $C=-\frac{99}{100}$ 、 $D=-\frac{98}{99}$ 何者離-1 的距離最近？

(A) A (B) B (C) C (D) D。

◆送平、一亭、萬支伯、惠苓四個人合吃一個披薩，送平先吃全部的 $\frac{1}{4}$ ，一亭吃了剩下的 $\frac{2}{5}$ ，

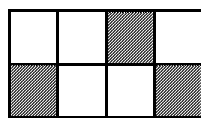
萬支伯再吃剩下的 $\frac{4}{7}$ ，惠苓吃完最後剩下的，則誰吃的最多？(A)送平 (B)一亭 (C)萬支伯

(D)惠苓。

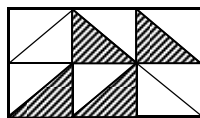
台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

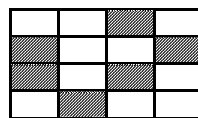
- ◆比較 $-\frac{9}{4}$ ， $-\frac{7}{3}$ ， $-\frac{11}{5}$ 的大小，由大到小排列。
- ◆已知甲 $=\frac{170}{159}$ ，乙 $=\frac{270}{259}$ ，丙 $=\frac{370}{359}$ ，則甲、乙、丙的大小關係為 _____
- ◆下列各數中，何者最大？(A) $\frac{77}{133}$ (B) $\frac{77-2}{133-2}$ (C) $\frac{77+7}{133+7}$ (D) $\frac{77 \times 5}{133 \times 5}$ 。
- ◆設 $a = \frac{8}{15}$ ， $b = \frac{8-1}{15-1}$ ， $c = \frac{8-1}{15}$ ， $d = \frac{8}{15-1}$ ，則 a, b, c, d 之大小為何？
- ◆已知 $\frac{5}{8} \times \text{甲} = \frac{4}{7} \times \text{乙} = \frac{2}{5} \times \text{丙}$ ，請問甲、乙、丙的大小關係為何？
- ◆已知甲、乙兩數均為正數，若 $\text{甲} - \frac{2}{25} = \text{乙} - \frac{1}{13}$ ，則甲、乙兩數的大小關係為何？
- ◆設甲、乙、丙三數均為負數， $\text{甲} \times \frac{7}{12} = \text{乙} \times \frac{5}{9} = \text{丙} \times \frac{4}{7}$ ，試比較甲、乙、丙的大小。
- ◆如下圖，美術課大雄、靜香、小夫三人先在同樣大小的圖畫紙上各自畫出自己喜愛的”等分圖形”，則三人著色面積（斜線部份）佔整張圖畫紙的大小關係，下列何者正確？(A) 小夫>大雄 (B) 靜香=大雄 (C) 靜香<小夫 (D) 因為著色圖形不同，故無法比較



靜香 8 等分



小夫 12 等分



大雄 16 等分

- ◆在甲、乙、丙三人合吃一個披薩，甲先吃全部的 $\frac{1}{3}$ ，乙再吃剩下的 $\frac{3}{5}$ ，丙吃完最後剩下的，則此三人誰吃的最多？(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 一樣多
- ◆榮恩和妙麗參加10公里馬拉松賽跑，最後榮恩以45分鐘跑完全程，妙麗以50分鐘跑完全程，試問妙麗和榮恩誰跑的快，且每分鐘快多少公里？

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

(A) 榮恩快，每分鐘比妙麗快 $\frac{1}{2}$ 公里 (B) 妙麗快，每分鐘比榮恩快 $\frac{1}{2}$ 公里

(C) 榮恩快，每分鐘比妙麗快 $\frac{1}{45}$ 公里 (D) 妙麗快，每分鐘比榮恩快 $\frac{1}{45}$ 公里

◆某籃球比賽中，甲投19次命中7次，乙投23次命中9次，丙投20次命中8次，請問誰的命中率高？

◆下列何者正確？(A) $\frac{ab}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$ (B) $\frac{c}{ab} = \frac{c}{a} \times \frac{c}{b}$ (C) $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (D) $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$

◆已知甲 $= -5\frac{1}{4}$ ，乙 $= -5 + \frac{1}{4}$ ，丙 $= -5 - \frac{1}{4}$ ，丁 $= -5.4$ ，請將甲、乙、丙、丁四個數字由大到小排列。

5. 分數的特殊題型

◆若 $\frac{1}{5^{52}} + \frac{1}{5^{51}} + \frac{1}{5^{50}} = \frac{A}{5^B}$ ，且 $\frac{A}{5^B}$ 是最簡分數，則 $A+B=$ _____。

◆某國中經調查學生患有近視的人數佔全校的 $\frac{2}{3}$ ，患有齲齒的人數佔全校的 $\frac{1}{5}$ ，又已知沒有近視且沒有齲齒的人數佔全校的 $\frac{1}{5}$ ，則患有近視但沒患有齲齒的人數佔全校的？(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{7}{15}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{4}{15}$ 。

◆計算 $|\frac{1}{4}-1| + |\frac{1}{8}-\frac{1}{4}| + |\frac{1}{12}-\frac{1}{8}| + |\frac{1}{16}-\frac{1}{12}|$ 之值

◆計算 $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{97 \times 99}$ 之值

◆計算 $\frac{6}{3 \times 5} + \frac{27}{5 \times 14} + \frac{30}{14 \times 24} + \frac{42}{24 \times 38} + \frac{60}{38 \times 58}$ 之值

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

- ◆ 一分數被 $\frac{5}{9}$ 、 $\frac{4}{15}$ 除所得的商皆為正整數。求此種分數的最小值？
- ◆ a、b 均為正整數，已知 $\frac{10}{27} \times \frac{b}{a}$ 與 $\frac{8}{15} \times \frac{b}{a}$ 後均可為整數，則 $\frac{b}{a}$ 最小值？
- ◆ 將 $\frac{4}{7}$ 化成循環小數等於_____，小數點後第500位為何？
- ◆ 計算 $(-\frac{3}{8}) \times 7 + (-\frac{3}{8}) \times 13 + (-\frac{3}{8}) \times 8 + (-\frac{3}{8}) \times 12 = ?$
- ◆ 1年20班某次段考數學不及格者占 $\frac{1}{8}$ ，英文不及格者占 $\frac{1}{3}$ ，兩科皆不及格者占 $\frac{1}{12}$ ，則兩科都及格者占幾分之幾？
- ◆ $|\frac{1}{3} - \frac{1}{2}| + |\frac{1}{4} - \frac{1}{3}| + |\frac{1}{5} - \frac{1}{4}| + |\frac{1}{6} - \frac{1}{5}| + |\frac{1}{7} - \frac{1}{6}| = ?$
- ◆ $-\frac{1}{6}$ 與 $\frac{17}{30}$ 同時加上 a 之後，其結果互為相反數，則 a 的值為何？
- ◆ 計算 $\frac{1}{(-2)} + \frac{2}{(-2)^2} + \frac{4}{(-2)^3} + \frac{8}{(-2)^4} + \frac{16}{(-2)^5} = ?$
- ◆ 小倩暑期打工，她將所得的 $\frac{1}{4}$ 買書，剩下錢的 $\frac{1}{2}$ 交學費，最後剩下3000元，則小倩暑期打工所得為何？

6 因數與倍數的其他重點

- ◆ 下列那一個敘述是錯誤的？(A)0 是任意正整數的倍數 (B)1 是任意正整數的因數 (C)若兩數互質，則兩數的最大公因數是 1 (D)若兩數互質，其中有一數一定是質數。
- ◆ 甲 = $2^3 \times 3^3 \times 5$ ，由下列選項(A)~(H)找出它的因數 _____ (答案不只有一個)。
(A) 2×5^2 (B) 6^3 (C) 28 (D) $2^3 \times 3^3 \times 5$ (E) $2^5 \times 3^5 \times 5^2 \times 7$
(F) $(5 \times 7)^0$ (G) 3^5 (H) 90

台南市立忠孝國中九十七學年度第一學期一年級數理資優課程

講義

- ◆(1) $(2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^2, 2^5 \times 3 \times 5^3 \times 13) = \underline{\hspace{2cm}}$
(2) $[2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^2, 2^5 \times 3 \times 5^3 \times 13] = \underline{\hspace{2cm}}$
(3) $(54,189,126) = \underline{\hspace{2cm}}$
(4) $[42,105,70] = \underline{\hspace{2cm}}$
- ◆公車總站上 11 號公車發每一班車的時間固定，今甲生上一週中，發現在 10:00、10:36、11:00 均等到公車發車，若今天甲生在 11:20 到總站等車，則最久再經過幾分鐘，公車便會發車？(A) 24 (B) 16 (C) 12 (D) 4
- ◆若小庭將 48 顆糖果平均分給若干個小朋友，至少要分給 2 個人，每人至少要得到 3 顆，有幾種不同的分法？(A)7 (B)8 (C)9 (D)10 種。
- ◆有一批長方形大理石磚，每塊石磚的長都是 40 公分，寬都是 12 公分，請問至少要多少塊才能將這些大理石磚鋪成一個正方形(不可重疊、切割或留下空隙)？(A)120 (B)60 (C)30 (D)15 塊。
- ◆甲、乙、丙三家新聞台每天中午 12:00 開始播放新聞，其中，甲台每報播報 5 分新聞接著廣告 3 分鐘，乙台每報 10 分新聞接著廣告 2 分鐘，丙台每播報 15 分鐘新聞接著廣告 1 分鐘，則在幾點幾分時，三台的廣告會同時結束？(A)13:30 (B)13:36 (C)13:42 (D)13:48
- ◆已知十位數 $11111111\square2$ 為 12 的倍數，則 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- ◆某數的正因數由小到大依序是 $a、b、c、d、6、e、f、g、h$ ，則
(1) $b \times g = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $e - d = \underline{\hspace{2cm}}$
- ◆有兩質數之差為 161，則這兩質數之和 = $\underline{\hspace{2cm}}$
- ◆韓信點兵，已知士兵大約 200~250 人之間，又 8 個一數、9 個一數均會剩下一個，則實際的人數應為？ $\underline{\hspace{2cm}}$