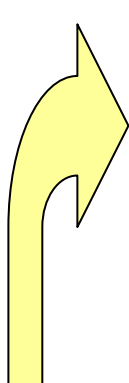


# 台南市立忠孝國中九十七學年度第二學期一年級數理資優課程

## 講義

### ◆ 重點心智圖

範圍日期	0418	0502
2-3	「畫出」聯立方程式的圖形、通過「原點」、直線與「兩軸的交點」、判斷聯立方程式的「圖形型式」、通過與不通過哪一個象限、平行的直線組、平移○格後的直線方程式	 $x:y, y:z$ $x:y:z = a:b:c$ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \text{ 或 } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ $x:a = y:b = z:c$ $\bigcirc x = \triangle y = \square z$ $\square xy = \bigcirc yz = \triangle xz$ $\frac{\square}{xy} = \frac{\bigcirc}{yz} = \frac{\triangle}{xz}$
3-1	基本觀念與比值、比例式	
3-2		連比例---文字題、生活應用題
3-3		正反比---判斷題、簡單計算、生活應用 ★ 常見生活應用—距速時、各圖形面積，周長、地圖長度、邊長，周、面積比的關係 ★ 中文意思—變成○倍與增加○倍

### 課外補充—比的性質

已知  $a:b=c:d$  則

#### 【挑戰題】

- 設  $a, b, c$  是三個互不相同的正數，已知  $\frac{a-c}{b} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{a}$ ，求  $a:b:c=?$  【以最簡整數比表示】
- 有一工程，每天有 8 人工作，15 天可以完工，若要 12 天完工，則需要增加多少人工作？

3.有一杯 600 公克的糖水，濃度為 6%，若想將濃度降低 2%，則需要再加入多少公克的水？

## 台南市立忠孝國中九十七學年度第二學期一年級數理資優課程

### 講義

#### ◆ 第二次段考重點 2

##### ■ 連比例(符號演練型)

##### 【基本題】

①若  $abc \neq 0$ ，求出下列各題的連比  $a : b : c$  (需化成最簡整比)

1.  $a : b = 6 : 5$  且  $b : c = 3 : 2$
2.  $2a : 3b = 8 : 9$  且  $4a : c = 16 : 5$
3.  $2a : 3b : 4c = 0.2 : 0.3 : 0.4$
4.  $2a = 3b = 6c$
5.  $5b = 0.5a$  且  $\frac{1}{4}b = 4c$

6. 【挑戰】 $a + 2b + 3c = 320$  且  $(a + 1) : (b + 3) : (c + 5) = 9 : 7 : 5$

①若  $x : z = 2 : 3$ ， $y : z = 5 : 3$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A)  $\frac{x}{2} = \frac{z}{3}$ ， $\frac{y}{5} = \frac{z}{3}$  (B)  $2x = 5y = 3z$  (C)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$  (D)  $15x = 6y = 10z$

①設  $x : z = -2 : 3$  且  $y : z = 3 : (-5)$ ，求連比  $x : y : z = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

①若  $3x = 2z$ ， $y : z = 5 : 3$ ，則下列敘述何者正確？

- (A)  $x : y : z = 2 : 3 : 5$  (B) 若  $x = 4$ ，則  $y = 10$  (C)  $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = 3 : 5 : 2$  (D)  $\frac{x}{3} = \frac{z}{2}$ ， $\frac{y}{3} = \frac{z}{5}$

①設  $2x : 3y : 4z = 4 : 9 : 12$  則  $(x + 2y) : z =$  (A)  $9 : 3$  (B)  $8 : 5$  (C)  $9 : 4$  (D)  $8 : 3$ 。

①若  $a : b = 2 : 3$ ， $b : c = 5 : 3$ ， $c : d = 4 : 3$ ，求  $a : b : c : d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。【以最簡整數比表示】

①若  $6 : 4 : x = y : 2 : 1.5$ ，則  $x + y = ?$  (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D)  $\frac{2}{7}$

①已知  $x : y : z = 8 : 9 : 12$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A)  $x : z = 2 : 3$  (B)  $3z = 4y$  (C)  $8x = 9y$  (D)  $x$  是  $(x + y + z)$  的  $\frac{8}{29}$  倍

##### 【進階題】

①已知  $xyz \neq 0$ ，且  $2xy = 4yz = 5xz$ ，則  $(x + 2y - 3z) : (2x - y + 3z) = ?$

- (A)  $3 : 4$  (B)  $5 : 6$  (C)  $4 : 7$  (D)  $8 : 9$

⑩設  $3a=4b$ ， $3b=5c$ ，若  $a+b+c=88$ ，求連比  $a:b:(c+2) = \underline{\hspace{2cm}}$

## 台南市立忠孝國中九十七學年度第二學期一年級數理資優課程

### 講義

⑪若  $(a-b):b:(b+c) = 1:2:3$ ，且  $a、b、c$  皆不為 0；

則  $b:(a+b)$  的比值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，而  $a:c$  的比值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

⑫已知  $a:b = \frac{1}{3}:\frac{2}{5}$ ， $b:c = 1:\frac{4}{3}$ ，則  $2a:3b:c = \underline{\hspace{2cm}}$

⑬設  $a:b = \frac{1}{3}:\frac{1}{2}$  且  $5b=4c$  且  $4a-b-c=60$ ，求  $a+b-c = \underline{\hspace{2cm}}$

⑭設  $a、b、c$  三數均不為 0，且  $a=2b$ ， $b=3c$ ，化簡  $\frac{3b^2}{2a^2+bc} = ?$  (A)  $\frac{9}{25}$  (B)  $\frac{3}{11}$  (C)  $\frac{6}{7}$  (D)  $\frac{2}{3}$

⑮若  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ ，則  $\frac{a-2b+3c}{a+2b+3c}$  之值是下列那一個選項? (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $-\frac{1}{3}$  (C)  $\pm\frac{1}{3}$  (D)  $\pm 3$

⑯若  $(x-3):(y-5):(x+y) = 3:5:16$ ，則  $x-y$  之值為何? (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4

### ■連比例(生活應用、文字敘述型)

⑰朱蒙到高山國取鹽，發現他們用「以物易物」的方式在交易，他得知 3 頭羊可以換 20 隻雞，5 頭羊可以換 8 隻豬，請幫朱蒙算算：雞、豬、羊的價值比 =  $\underline{\hspace{2cm}}$

⑱有甲、乙、丙三個長方形，已知它們的面積都相等，長的和為  $200\text{cm}$ ，若甲的寬：乙的寬：丙的寬 =  $2:3:5$ ，則長方形丙的長為  $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$

⑲甲、乙、丙三個正三角形，已知它們的面積都相等，若甲的邊長：乙的邊長：丙的邊長 =  $3:4:2$ ，則甲、乙、丙高之比為  $\underline{\hspace{2cm}}$

⑳已知甲、乙、丙三人的錢數比為  $3:5:6$ 。若丙分別給甲、乙兩人各 30 元後，甲、乙、丙的錢數比變為  $7:11:10$ ，則此三人共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  元

㉑設  $\triangle ABC$  三內角  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的度數依序為  $x^\circ$ 、 $y^\circ$ 、 $z^\circ$ ，且滿足  $2x-y+2z=0$ ， $4x+y-5z=0$ ，則  $\triangle ABC$  之最大內角度數為何? (A)  $110^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $135^\circ$  (D)  $140^\circ$

㉒某國中男生人數和女生人數的比為  $3:2$ ，而女生人數和老師人數的比為  $9:1$ ，則學生總人數和老師人數的比為何? (A)  $25:1$  (B)  $45:2$  (C)  $51:2$  (D)  $27:2$

㉓已知一個四邊形中，有一個內角是  $60^\circ$ ，其他 3 個內角度數比為  $1:2:3$ ，則此四邊形的最大內角是多少度? (A)  $50^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $100^\circ$  (D)  $150^\circ$

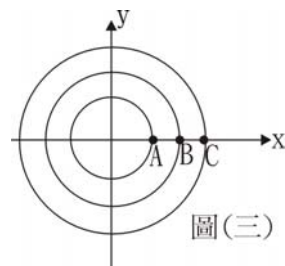
㉔悟空、悟飯、悟天三人比賽競走，從石碑國中走到行天宮。悟空、悟飯、悟天三人先以  $1:2:3$  的速率前進，當悟天到達全程一半的時候，悟空、悟飯、悟天三人的速率比變為  $3:2:1$ 。若石碑國中到行天宮的路程為  $S$ ，則當首位到達行天宮時，離行天宮最遠的人，其距離

離行天宮尚有\_\_\_\_\_ (以S表示)

## 台南市立忠孝國中九十七學年度第二學期一年級數理資優課程

### 講義

- ⑩圖(三)，A、B、C三點在x軸上，今甲、乙、丙三車分別從A、B、C點同時出發，以逆時針方向，分別繞圓周行駛。若甲、乙、丙三車繞一圈的時間比為7:4:3，且 $\overline{OB} = 80$ 公尺，則當甲、丙兩車第二次同時經過y軸時，乙車共行駛\_\_\_\_\_公尺。



- ⑪有一四邊形的四個邊長分別為 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，已知 $a:b=1:2$ ，

$b:c=4:3$ ， $a:d=3:4$ ，且四邊形周長為70，則最長邊長度為\_\_\_\_\_

- ⑫小珊、小明、小國、小忠收集磁鐵，小珊所收集之磁鐵個數的5倍是小明的2倍，也是小國的3倍，而小明的磁鐵個數是小忠的3倍，已知小珊、小明、小國共有155個磁鐵；則小珊的磁鐵個數是小忠的\_\_\_\_\_倍。

- ⑬果菜市場為配合市場需求，蔬菜與牛肉的到貨量維持3:2，牛肉與豬肉到貨量維持3:2，而今日蔬菜到貨量為1278公噸，下週因颱風來襲，調整蔬菜、牛肉到貨量的和比豬肉到貨量的4倍少172公噸，則下週市場到貨量共多少公噸?(A)2888 (B)3058 (C)3268 (D)3345

- ⑭若今年奶奶年齡的3倍等於媽媽年齡的5倍，且媽媽的年齡是小毅年齡的3倍，已知今年三人年齡的和是108歲，(1)請求出今年奶奶的年齡：媽媽的年齡：小毅的年齡的連比？(2)請求出今年小毅的年齡 = \_\_\_\_\_

## ■ 正、反比

### 【基本題】

- ⑮下列對於正反比的敘述何者正確？

- (A)當 $x$ 值越大時， $y$ 值也隨著增加，則表示 $x$ 、 $y$ 成正比  
(B)當 $x$ 值越大時， $y$ 值隨著減少，則表示 $x$ 、 $y$ 成反比  
(C)若 $x$ 、 $y$ 成反比，則關係式為 $y = kx(x, y, k \neq 0)$   
(D)若 $x$ 、 $y$ 成正比，則關係式為 $\frac{y}{x} = k(x, y, k \neq 0)$ 。

- ⑯已知 $y$ 與 $x$ 成正比，且當 $x=14$ 時， $y=15$ ，則：

(1) $y$ 與 $x$ 的關係式為\_\_\_\_\_ (2)當 $x=7$ 時， $y=$ \_\_\_\_\_

⑩已知  $y$  與  $x$  成反比，且當  $x=14$  時， $y=15$ ，則：

(1) $y$  與  $x$  的關係式為\_\_\_\_\_ (2)當  $x=7$  時， $y=$ \_\_\_\_\_

## 台南市立忠孝國中九十七學年度第二學期一年級數理資優課程

### 講義

⑪下列何者正確？

(A)若哥哥的年齡為  $x$ ，弟弟的年齡為  $y$ ，則  $x$  與  $y$  成正比

(B)若長方形的面積固定，長為  $x$ ，寬為  $y$ ，則  $x$  與  $y$  成正比

(C)若  $x = \frac{2}{3}y$ ，則  $x$  與  $y$  成正比

(D)若小毅的年齡為  $x$ ，身高為  $y$ ，則  $x$  與  $y$  成正比

⑫下列敘述何者正確 (1)當面積固定時，長方形的長與寬成正比 (2)已知  $a$ 、 $b$  均為正數，且  $2a=5b$ ，則  $a>b$  (3)每天的晝長與夜長成反比 (4)當高固定時，三角形的面積與底成反比。

⑬請從下列敘述中，選出  $x$ 、 $y$  不成正比 的選項？

(A) 孫燕姿 專輯單價為  $x$  元，蜘蛛人 3 電影票單價為  $y$  元，3 張 孫燕姿 專輯的價錢等於 5 張 蜘蛛人 3 電影票的價錢

(B) 半徑為  $x$  公分，周長為  $y$  公分的圓形。

(C) 中正國中 合作社裡 1 個肉包賣 7 元，靜怡 買  $x$  個，共付  $y$  元。

(D) 若以下底邊為 15 公分畫梯形，當高為  $x$  公分，面積為  $y$  公分。

⑭

下列哪個選項的  $x$ 、 $y$  之關係不為反比？

(A)以時速  $y$  公里，花了  $x$  小時，走完 50 公里 (B)  $x \neq 0$ 、 $y \neq 0$ ，且  $x:3 = (-6):y$

(C)投籃命中率  $x$ ，出手  $y$  次，命中 15 球 (D)長方形長為  $x$ ，寬為 5，面積為  $y$ 。

### 【進階題】

⑮已知  $x:y=5:2$ ，則  $(x+5):(y+2)$  的比值=\_\_\_\_\_

⑯若  $y$  與  $x^2$  成正比，則當  $x$  變為原來的 2 倍 時， $y$  變為原來的幾倍？(A)  $\frac{1}{2}$  (B) 2 (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 4。

⑰  $y$  與  $x^2$  成正比， $x=3$  時， $y=-18$ ，則  $y$  與  $x^2$  的關係式為\_\_\_\_\_，若  $y=-98$  時， $x=$ \_\_\_\_\_ (有點超過範圍，但值得思考)

⑱設  $(x+3y)$  與  $(x-1)$  成正比，已知當  $x=3$  時， $y=1$ ，則當  $x=5$  時， $y=$ \_\_\_\_\_

⑲設三角形的底為  $a$  公分，高為  $h$  公分，面積為  $A$  平方公分，則  $A = \frac{1}{2} \times a \times h$ ，如果高 ( $h$ ) 固定，則三角形的面積 ( $A$ ) 與底 ( $a$ ) 成\_\_\_\_\_ 比。(空格中填入「正」或「反」)

⑳下列敘述中， $x$  與  $y$  的關係成正比的有  $a$  個，成反比有  $b$  個，則  $axb = ?$

(1)一罐飲料  $x$  元，買了一打共  $y$  元

(2)長 10 公分，寬  $x$  公分，面積  $y$  平方公分的矩形

- (3)時速 $x$ 公里，花了 $y$ 小時，共走了230公里 (4)半徑 $x$ 公分，面積 $y$ 平方公分的圓  
 (5)重量 $x$ 公斤折合 $y$ 台斤 (6) $xy \neq 0$ ，且 $x : 2 = 3 : y$   
 (A)9 (B)8 (C)6 (D)5

## 台南市立忠孝國中九十七學年度第二學期一年級數理資優課程

### 講義

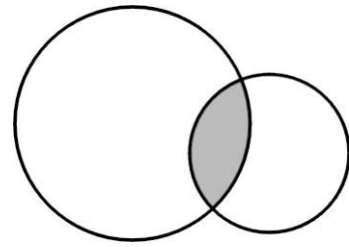
#### ◆ 精彩段考試題演練

- 下列何點不在直線方程  $2x - 3y = 5$  上 (A) (7, 3) (B) (4, 1) (C) (-2, -3) (D) (2, 5)。
- 直線方程式  $x = -3$  通過坐標平面的那兩個象限 (A)一、三 (B)三、四 (C)二、三 (D)一、四。
- 直線方程式  $y = ax + b$  通過(2, 3)、(4, 0)、(8, m)，求  $m =$  (A) -2 (B) -4 (C) -6 (D) 0。
- 直線方程式  $4x + 2y = 16$  與  $y$  軸交點坐標 (A) (0, 8) (B) (0, 4) (C) (0, -2) (D) (0, 6)。
- 下列何點不在直線  $y = 4$  上 (A) (-2, 4) (B) (0, 4) (C) (6, 4) (D) (4, 3)。
- 下列那一個方程式會通過原點 (A)  $3x + 2y = 1$  (B)  $\frac{1}{3}y = 2x$  (C)  $-x + 5y = 4$  (D)  $y = 6x - 2$ 。
- 上題中那一個選項  $x$  和  $y$  成正比關係？
- 若二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x + ay = 8 \\ bx + 2y = 1 \end{cases}$  圖形的交點為(5, -1)，求  $a + b =$   
 (A)  $\frac{12}{5}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $-\frac{4}{5}$  (D)  $-\frac{12}{5}$ 。
- 已知  $a > 0$ ， $b < 0$ ，則  $x + ay = b$  的圖形不通過第幾象限？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四。
- 將  $3\frac{1}{5} : 4\frac{4}{7}$  化為最簡整數比為 (A) 3 : 4 (B) 21 : 20 (C) 7 : 10 (D) 4 : 9。
- 若  $(-x + 5) : (3x - 2) = 3 : 4$ ，求  $x =$  (A) -7 (B) 2 (C) 3 (D)  $\frac{3}{4}$ 。
- 已知  $abcd \neq 0$ ，且  $ad = bc$ ，則下列那一個結果不成立？  
 (A)  $a : c = b : d$  (B)  $\frac{3a}{c} = \frac{3b}{d}$  (C)  $a : b = c : d$  (D)  $b : c = a : d$ 。
- 大小兩正方形面積分別為 24 與 8，則下列那一個選項最接近兩個正方形的邊長比  
 (A) 3 : 1 (B) 5 : 3 (C) 5 : 2 (D) 7 : 6。
- 小清體重的 4 倍與小岳體重的 5 倍相同，兩人合起來共重 108 公斤，則小岳需增加幾公斤才可以和小清一樣重 (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 8。

15. 用 15 公克奶粉加 60 公克的開水泡牛奶最美味，若不小心放 18 公克的奶粉，則需加水多少公克才能有相同的濃度？ (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12。
16. 若  $xy \neq 0$ ，且知  $5x - 2y = 3x + y$ ，則  $(x + 3y) : (x - y)$  的比值為 (A) -3 (B) 7 (C) -2 (D) 9。
17. 小清 5 分鐘跑歸中操場 3 圈，小岳 7 分鐘跑 4 圈，求小清與小岳的速率比為 (A) 5 : 7 (B) 3 : 4 (C) 15 : 21 (D) 21 : 20。
18. 若  $x : y = 6 : 5$ ， $y : z = 2 : 3$ ，求  $x : y : z =$  (A) 12 : 10 : 15 (B) 6 : 5 : 3 (C) 6 : 10 : 11 (D) 12 : 15 : 18。
19. 若  $x : y = 5 : 3$ ，則下列何者錯誤？ (A)  $(x - 2) : (y - 2) = 3 : 1$  (B)  $(x + y) : (x - y) = 4 : 1$  (C)  $x^2 : y^2 = 25 : 9$  (D)  $x^2 : xy = 5 : 3$ 。
20. 若  $2x : 3y = 8 : 9$  且  $2y : z = 6 : 5$ ，則  $x : y : z =$  (A) 8 : 9 : 5 (B) 4 : 3 : 5 (C) 9 : 6 : 5 (D) 8 : 6 : 5。
21. 已知  $3x = 5y = 4z$  且  $xyz \neq 0$ ，則  $x : y : z =$  (A) 3 : 5 : 4 (B) 5 : 4 : 3 (C) 20 : 12 : 15 (D) 12 : 10 : 15
22. 若  $a : b : c = 2 : 5 : 4$ ，且知  $3a - 2b + 5c = 96$ ，求  $a =$  (A) 48 (B) 16 (C) 12 (D) 6。
23. 設  $x$  與  $y$  成正比，如果  $x = 3$  時  $y = 21$ ，則  $x = 5$  時  $y =$  (A) 35 (B) 28 (C) 30 (D) 42。
24. 設  $x$  與  $y$  成反比，如果  $x = -4$  時  $y = 15$ ，則  $x = 10$  時  $y =$  (A) -6 (B) 8 (C) -12 (D)  $-\frac{75}{2}$ 。
25. 下列那一個選項  $x$  與  $y$  成正比？ (A)  $y = 3x + 1$  (B)  $x : 3 = y : 7$  (C)  $5 : x = y : 2$  (D)  $xy = -8$ 。
26. 若  $x : y : z = a : b : c$ ，則(甲)  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ，(乙)  $cx = az$ ，(丙)  $bz = cy$ ，(丁)  $by = az$ ，(戊)  $\frac{x-3}{a} = \frac{y-3}{b} = \frac{z-3}{c}$ ，(己)  $\frac{x^2}{a} = \frac{y^2}{b} = \frac{z^2}{c}$ 。
- 上列推理正確的有幾個？(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 個。
27. 下列何者的比值最小？ (A)  $(-7) : 10$  (B)  $8 : (-11)$  (C)  $9 : (-12)$  (D)  $10 : (-13)$ 。
28. 下列聯立方程式何者為互相平行的兩直線？ (A)  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ 8x + 2y = 6 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} y = 3x - 8 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ 。
29. 若  $a : b : c = 4 : 7 : 5$ ，則  $a = 5$  時求  $b + c =$  (A)  $\frac{53}{4}$  (B)  $\frac{87}{5}$  (C) 15 (D) 20。

30. 如右圖大小兩圓重疊部分的面積占大圓面積  $\frac{3}{25}$ ，占小圓面積  $\frac{1}{3}$ ，問大、小兩圓的半徑比為

- (A) 3 : 1 (B) 5 : 3 (C) 25 : 9 (D) 25 : 16。



計算題：(10分)

1. 直線  $L_1$  方程式為  $x - y = 4$ ，

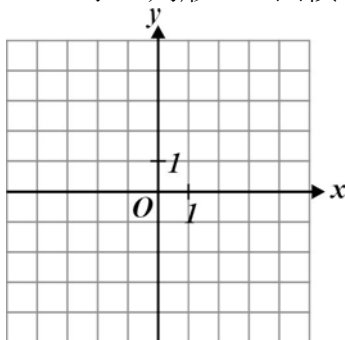
直線  $L_2$  的方程式為  $2x + y = 5$

(1) 將直線  $L_1, L_2$  畫在同一坐標平面上。(4分)

(並標出交點坐標)

(2) 設 A 點為  $L_1$  與  $L_2$  的交點，且  $L_1, L_2$  與 y 軸

交於 B、C，求三角形 ABC 面積。(3分)



2. 設  $a : b : c = 3 : 7 : 6$ ，且知三數最小公倍數為 462，求 a、b、c 三數。(3分)